

भूमिका

यह किताब किसके लिए है?

यह पुस्तक विकासशील देशों के माध्यमिक और उच्चतर माध्यमिक स्कूली शिक्षकों के लिए है। इससे शिक्षक, गणित की पढ़ाई को बेहतर बना पाएंगे। पुस्तक में उन चुनौतियों पर विशेष बल दिया गया है जिनसे विकासशील देशों के शिक्षक रोजाना जूझते रहते हैं, जैसे – तैयार शिक्षण सामग्री का अभाव, पाठ्यपुस्तकों की कमी और गणित को किसी दूसरी भाषा में सीखने-सिखाने की दिक्कत।

इस किताब को क्यों लिखा गया है?

गणित को बेहतर ढंग से पढ़ाने और कामयाबी के स्तर को ऊंचा उठाने के लिए सारी दुनिया में शिक्षकों ने, अलग-अलग तरीके विकसित किए हैं।

गणित शिक्षकों ने:

- आसानी से उपलब्ध सामान को इस्तेमाल करने के तरीके विकसित किए हैं।
- गणित को अपने सांस्कृतिक संदर्भ और लोगों की समस्याओं के अनुरूप ढालने की कोशिश की है।
- कक्षाओं में गणित सम्बंधी गतिविधियों को अपनाया है।
- गणित कक्षाओं में छात्रों की स्थानीय भाषा की समझ को बेहतर बनाया है।

इस पुस्तक में पूरी दुनिया के शिक्षकों द्वारा जांचे-परखे विचारों को संजोया गया है। इसमें पी. एस. ओ. के गणित शिक्षकों के अलावा अफ्रीका, एशिया, कैरेबियन और प्रशांत क्षेत्र के स्कूलों में काम कर रहे स्थानीय सहभागियों का भी महत्वपूर्ण योगदान है।

हमें उम्मीद है कि सभी देशों के शिक्षक इस पुस्तक में संकलित विचारों का उपयोग कर, छात्रों में गणित की समझ और उनकी कुशलताओं को बढ़ाएंगे।

इस किताब के उद्देश्य क्या हैं?

यह पुस्तक गणित शिक्षकों की मदद करेगी:

- गणित पढ़ाने के नए और सफल तरीके खोजने में।
- छात्रों के लिए गणित अधिक रोचक और सार्थक बनाने में।
- छात्रों के सांस्कृतिक और भाषा संबंधी मुद्दों के अनुभव को समझने में।

यह किताब मुख्य रूप से गणित शिक्षण को बेहतर बनाने में सहायक सिद्ध होगी।

मेरे छात्र गणित की परीक्षा में बेहतर करें इसके लिए मैं क्या कर सकता हूँ?

मैं गणित की कुछ अवधारणाओं को डोरी, माचिस और बोतल के ढक्कनों से समझा सकती हूँ।

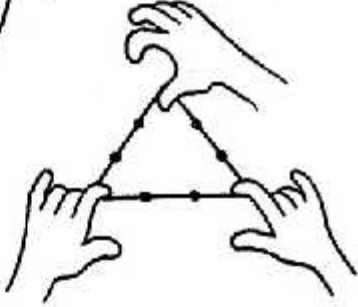
मैं छात्रों को दिखाना चाहती हूँ कि पाठ्यपुस्तक की कई गणितीय अवधारणाओं का प्राचीन मिस्त्रवासियों ने ठोस रूप में कैसे इस्तेमाल किया।

छात्र समझे कि गणित उनकी रोजमर्रा की जिंदगी का एक अभिन्न हिस्सा है। गणित महज एक स्कूली विषय नहीं है।

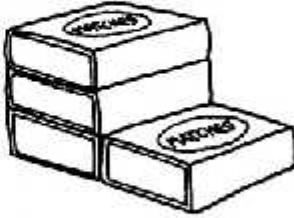
मैं ज्यामिति का यह पाठ कुछ ठोस गतिविधियों से शुरू करना चाहता हूँ।



गाँठ लगी डोर से
समबाहु त्रिभुज
बनाना।



माचिस की डिब्बियों से
आकृतियाँ बनाना।



इस पुस्तक का मूल विषय क्या है?

गणित सीखने-सिखाने में चार बातें बेहद महत्वपूर्ण हैं:

पढ़ाने का तरीका

जब शिक्षक पढ़ाने के विविध तरीके अपनाएगा छात्र तभी सबसे अच्छी तरह सीखेंगे। कक्षा में अलग-अलग तरीकों का इस्तेमाल कैसे किया जाए, इन्हें इस पुस्तक में उदाहरणों के जरिए समझाया गया है।

शिक्षण सामग्री और अन्य संसाधन

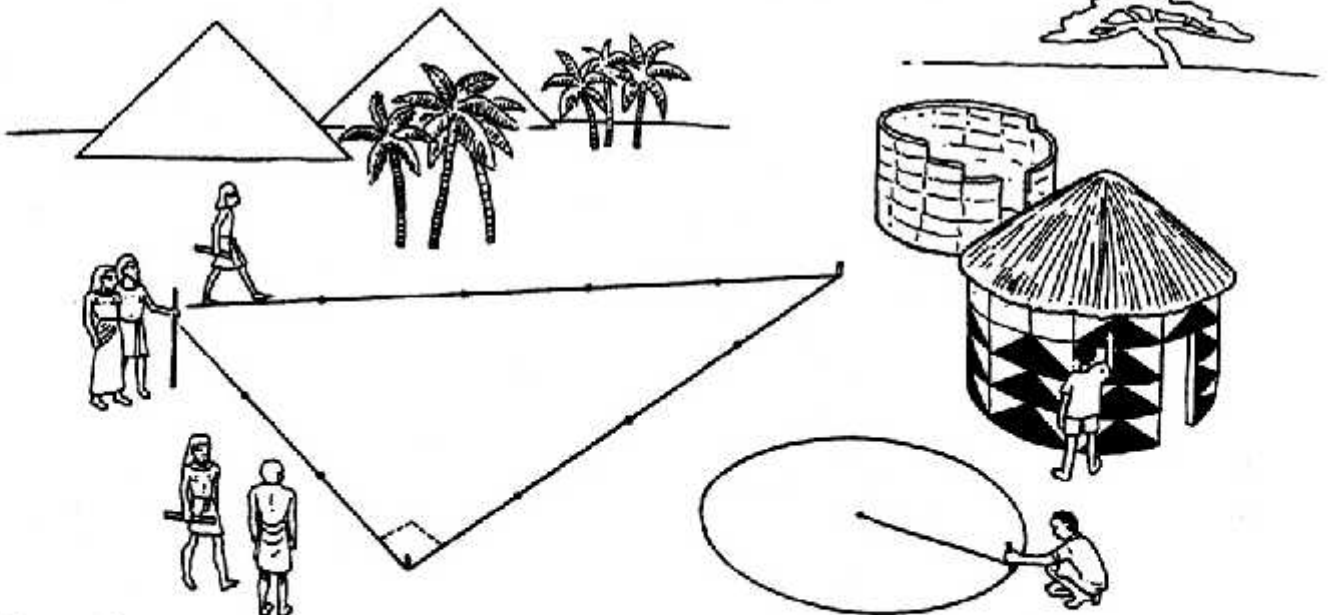
बनाकर, चूकर, हिलाकर, खोजकर यानि खुद कुछ करके ही बच्चे बेहतर ढंग से सीखते हैं। करके सीखने के लिए बच्चे, सस्ते और आसानी से मिलने वाले सामान का कक्षा में कई तरह से उपयोग कर सकते हैं। इस पुस्तक में बहुत कम चीजों से बहुत कुछ सीखने की विधियाँ बताई गई हैं। इसमें बोतल के ढक्कन, डोर और माचिस की डिब्बियों जैसे सामान का बखूबी इस्तेमाल किया गया है।

सीखने वाले की भाषा

गणित की कक्षा में भाषा भी, गणित जितना ही महत्व रखती है। किसी दूसरी भाषा में गणित सीखने के दौरान कुछ खास मुश्किलें सामने आती हैं। इस पुस्तक में कुछ ऐसी गतिविधियाँ सुझाई गई हैं जिनसे छात्र, गणित को समझने के लिए भाषा का बेहतर उपयोग कर सकते हैं।

सीखने वाले का सांस्कृतिक परिवेश

घर और गली-मोहल्लों में खेलते हुए बच्चे अनजाने ही, बहुत सारी गणित सीख जाते हैं। अक्सर यह गणित, स्कूली गणित से अलग किस्म की होती है। पुस्तक में सुझाई कुछ गतिविधियाँ, दोनों तरह के इस गणित को आपस में जोड़ने का प्रयास करती हैं। इसके लिए दुनिया भर से उदाहरणों को चुना गया है। जब बच्चे इन रिश्तों को समझेंगे तो उनकी गणित की समझ भी बेहतर बनेगी।



पुस्तक की गतिविधियों और शैक्षिक विचारों को कैसे चुना गया?

इस पुस्तक में 100 से भी अधिक गतिविधियाँ दी गई हैं। इनके द्वारा शिक्षक अपने पढ़ाने के तरीकों में बदलाव ला सकते हैं और छात्रों में गणित की समझ को बेहतर बना सकते हैं।

पढ़ाई के विभिन्न तरीकों को दिखाने के लिए इन गतिविधियों को बड़ी सावधानी से चुना गया है। इनमें बहुत कम शैक्षिक साधनों की जरूरत पड़ती है। इन क्रियाओं में गणित के बहुत से पाठ भी शामिल हैं।

हरेक गतिविधि

- सीखने योग्य गणित को दर्शाती है
- में छात्रों के लिए स्पष्ट निर्देश हैं
- के माध्यम से छात्र गणित को सक्रिय रूप से सीख सकते हैं।

गणित क्या है?

गणित दुनिया के बारे में अपने अनुभवों को संगठित करने का एक तरीका है। इसके द्वारा हम अपने अनुभवों को समझ सकते हैं और उन्हें अन्य लोगों को समझा सकते हैं। इससे हमें खुशी का अनुभव भी होता है। गणित द्वारा हम रोज की जिंदगी की कई ठोस समस्याओं का हल भी खोज सकते हैं। जीवन के अनेक क्षेत्रों में गणित का उपयोग किया जा सकता है।

गणित में हम साधारण भाषा के साथ-साथ एक विशेष भाषा – *गणित की भाषा* का भी प्रयोग करते हैं। छात्रों को हमें इन दोनों ही भाषाओं का उपयोग सिखाना होगा।

हम चाहें तो शुद्ध गणितीय समस्याओं को हल कर सकते हैं। या फिर, गणित को एक औजार के रूप में इस्तेमाल करके, विज्ञान और भूगोल की समस्याएं हल कर सकते हैं। किसी घटना की व्याख्या करने के अलावा, आगे क्या होगा, हम इसका पूर्वानुमान भी गणित द्वारा लगा सकते हैं। इसी वजह से गणित इतनी महत्वपूर्ण है।

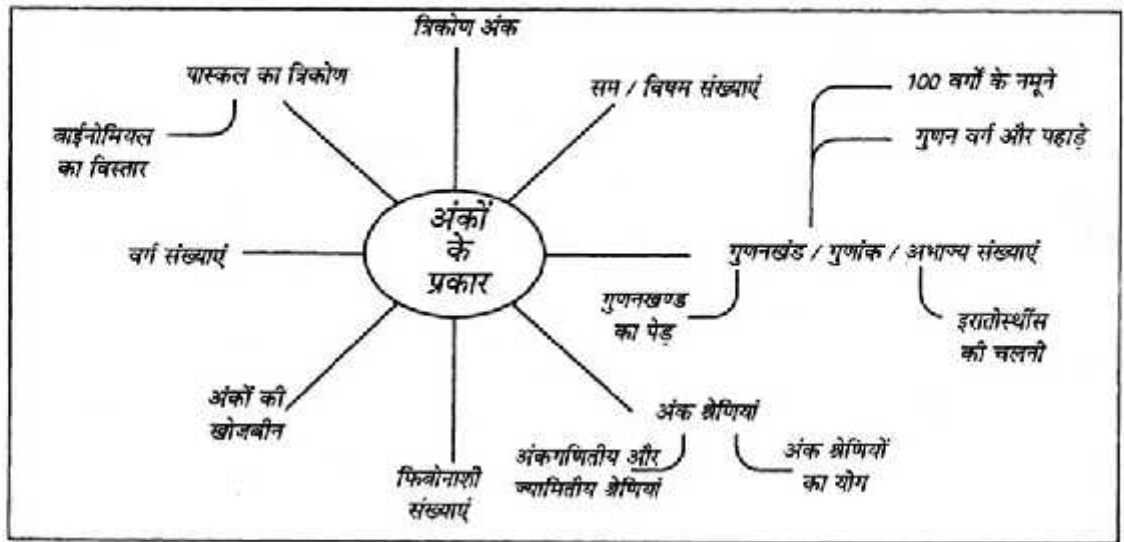
गणित सीखना-सिखाना

गणित में तथ्य याद करना और कौशल हासिल करना जरूरी है। परंतु, यह तो लक्ष्य को प्राप्त करने का मात्र एक साधन है। जानकारी और कौशल अपने आप में महत्वपूर्ण नहीं होते हैं। तथ्यों और कौशलों को छात्र तभी आसानी से याद रख पाएंगे जब वे उनके इस्तेमाल से व्यावहारिक जीवन की समस्याओं को हल करेंगे।

गणित द्वारा जिंदगी की वास्तविक समस्याओं को हल करने के साथ-साथ, छात्रों को गणित के विभिन्न हिस्सों और उनके परस्पर सम्बंधों का ज्ञान भी होना चाहिए।

गणित को एक के बाद दूसरे पाठ के क्रम में पढ़ा जा सकता है। परंतु एक पाठ का दूसरे पाठ से सम्बंध भी समझना जरूरी है। इस रिश्ते को अगले पृष्ठ पर एक चित्र द्वारा समझाया गया है।

छात्रों का यह जानना भी जरूरी है कि पूरी दुनिया में गणित उपयोग में लाई जाती है और सीखी जाती है।



अलग-अलग देशों के पाठ्यक्रम भिन्न होने के बावजूद कई ऐसे पाठ हैं जो सारी दुनिया में पढ़ाए जाते हैं। इनमें से कुछ इस प्रकार हैं:

- अंक प्रणालियां और स्थानीय मान
- बीजगणित
- रेखागणित
- सांख्यिकी
- त्रिकोणमिति
- संभावना
- ग्राफ
- नापना

हम छात्रों को यह बता सकते हैं कि विभिन्न देशों ने इन विषयों को समझने के लिए अलग-अलग प्रकार की गणित विकसित की है।

इस पुस्तक का कैसे उपयोग करें

यह पुस्तक सिर्फ सिखाने की तकनीकों और गतिविधियों का एक संकलन मात्र नहीं है। इसमें गणित सीखने-सिखाने की एक प्रणाली का वर्णन किया गया है।

इस पुस्तक में आपको गणित पढ़ाने का एक समुचित दृष्टिकोण मिलेगा। अपने काम को अंजाम देने के लिए आप इसको एक मार्गदर्शिका के रूप में इस्तेमाल कर सकते हैं। छात्रों की आवश्यकताओं को पूरा करने और उनकी सफलता के स्तर को ऊंचा उठाने के लिए आपको अनेक विचारों और संसाधनों की जरूरत पड़ेगी। यह पुस्तक उनमें से एक हो सकती है।

इस किताब को इस्तेमाल करने के तीन तरीके हैं:

पाठ चुनना

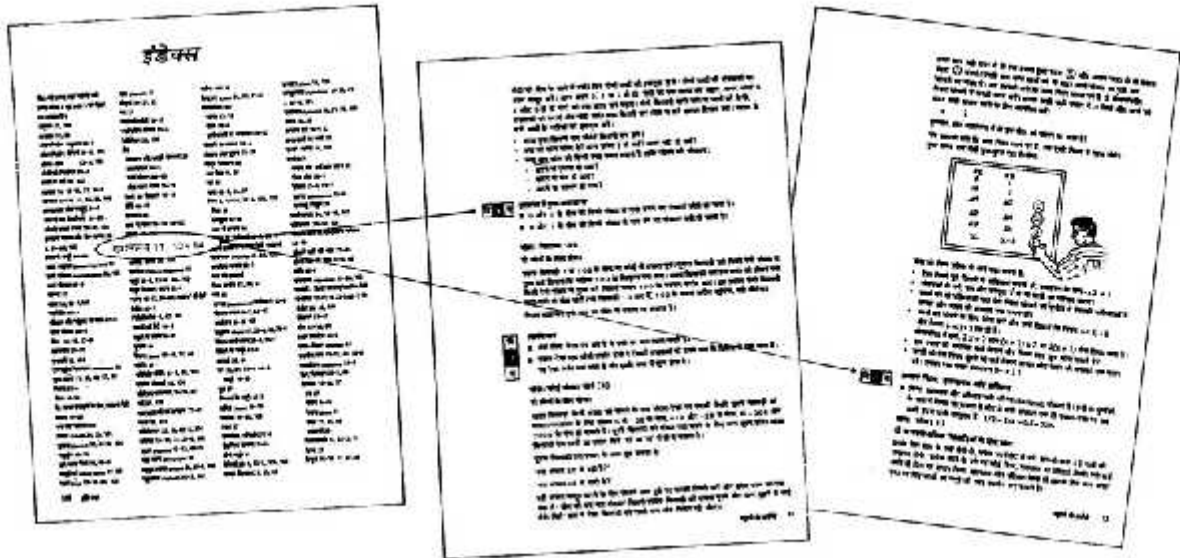
पाठ्यक्रम के अनुसार आप अगला कौन-सा पाठ चुनेंगे इसे तय करें। उस पाठ को पुस्तक के अंत में दी गई तालिका में खोजें। फिर उपयुक्त पन्नों पर जाकर अपने काम की गतिविधियां चुनें। हमारा सुझाव होगा कि आप कक्षा में उपयोग करने से पहले, गतिविधियों को खुद करके देख लें।

आप चाहें तो इस सम्बंध में अपने शिक्षक साथियों से साथ चर्चा कर सकते हैं या गतिविधियों को छात्रों के साथ करके देख सकते हैं। फिर उन गतिविधियों में कुछ फेर-बदल कर उन्हें विभिन्न आयु और क्षमता वाले बच्चों के लिए बेहतर बनाने के बारे में भी आप सोच सकते हैं।

अपने पढ़ाने के तरीके को बेहतर बनाना

पढ़ाने की पद्धति को बेहतर बनाने के लिए नए-नए तरीके चुनें और उनके आधार पर गतिविधियां कराएं। यह देखने कि कोशिश करें कि छात्रों को उन गतिविधियों से कुछ फायदा हुआ या नहीं। इस प्रकार नई-नई क्रियाएं और अलग-अलग तरीके अपना कर और उनकी सार्थकता का विश्लेषण करके, आप छात्रों को सिखाने का बेहतरीन तरीका खोज पाएंगे।

गणित पढ़ाने के किसी भी एक पक्ष पर आप अपना ध्यान केंद्रित कर सकते हैं। मसलन : भाषा, संस्कृति, शिक्षण पद्धति, संसाधन या योजना बनाने पर। फिर आप पुस्तक का उपयुक्त खण्ड खोजकर उसका इस्तेमाल कर सकते हैं।



सहशिक्षकों के साथ काम करना

पुस्तक के हरेक पाठ में दी हुई सामग्री के आधार पर आप सहशिक्षकों के साथ निम्न कार्यशालाएं आयोजित कर सकते हैं:

- अलग-अलग शिक्षण पद्धतियां विकसित करना
- सीखने के लिए संसाधन और शैक्षणिक सामग्री विकसित करना
- गणित कक्षाओं का सांस्कृतिक परिप्रेक्ष्य
- गणित की कक्षा में भाषा का महत्व
- कार्य योजना बनाना।

कार्यशालाओं में शिक्षक गतिविधियों को खुद करके देख सकते हैं और पाठ में उठाए मुद्दों पर चर्चा कर सकते हैं। इस प्रकार आप ढेर सारी सफल क्रियाएं एकत्रित कर उनमें खुद रची और अन्य शिक्षकों द्वारा सुझाई गतिविधियों को जोड़ सकते हैं।

इस अध्याय में उन अलग-अलग तरीकों का उल्लेख है जिनसे आप कक्षा में कोई पाठ पढ़ा सकते हैं। बच्चे और किशोर कई अलग-अलग तरीकों से चीजों को सीखते हैं। शिक्षक को सिर्फ सुनते रहना और चुपचाप बैठना, शायद सीखने का अच्छा तरीका नहीं है। छात्र इन तरीकों से सीख सकते हैं:

- स्वयं कौशलों का अभ्यास करके
- आपस में गणित के बारे में चर्चा करके
- गणित पर आधारित खेलों से
- गणित की पहेलियां हल करके
- ठोस वस्तुओं से गतिविधियां करके
- समस्याओं को हल करके
- खुद चीजों के बारे में जानकारी हासिल करके।

छात्रों को कक्षा में अलग-अलग तरीकों से सीखने का मौका मिलना चाहिए। भिन्न-भिन्न तरीकों से सीखने के निम्न फायदे हैं:

- इनसे छात्र प्रेरित होते हैं
- इनसे छात्रों के सीखने के कौशल बेहतर होंगे
- इनसे छात्रों को विविधता का अनुभव होगा
- इनसे छात्र अधिक तेज गति से सीख सकेंगे।

हम निम्न शिक्षण विधियों को विस्तार से देखेंगे:

1. शिक्षक द्वारा प्रस्तुतिकरण और व्याख्या
2. खेल
3. ठोस प्रायोगिक काम
4. समस्याएं और पहेलियां
5. गणित की खोजबीन
6. पाठ की पुष्टि और अभ्यास

शिक्षक द्वारा प्रस्तुतिकरण और व्याख्या

पढ़ाने के इस औपचारिक तरीके में शिक्षक पूरी कक्षा के सामने गणित प्रस्तुत करता है और उसकी व्याख्या करता है। वह चाहेगा कि सभी छात्रों को पाठ समझ में आए और इस वजह से यह काम काफी मुश्किल भी हो सकता है।

वैसे यह पद्धति काफी प्रभावशाली भी हो सकती है:

- बड़ी कक्षा में गणित के किसी नए पाठ को पढ़ाने के लिए
- पाठ पढ़ाते समय किसी खास बिन्दु पर सभी छात्रों का ध्यान केन्द्रित करने के लिए
- सीखे पाठ का सार समझने के लिए।

पाठ के विषय-वस्तु का निर्धारण

- विषय-वस्तु की योजना बनाएं। जिन बातों पर आपकी पकड़ न हो उसे दोहराएं। सत्र में आप विषय का कितना हिस्सा पूरा करेंगे इसे भी तय करें।

- मुख्य बिन्दुओं को नोट करें और उन्हें एक तार्किक क्रम में जमाएं। पहली बात क्या सिखाएंगे, दूसरी कौन-सी होगी इसे तय करें।
- मुख्य बिन्दुओं को कुछ उदाहरणों से समझाएं।
- यदि आवश्यक हो तो कुछ चार्ट, स्लाइड, मॉडल आदि पहले से ही बना लें।
- विषय-वस्तु के क्रमानुसार आप अपने नोट्स सजाएं। इसके लिए कार्ड काफी उपयोगी हो सकते हैं। आप चाहें तो हरेक मुख्य बिन्दु के लिए एक कार्ड बना सकते हैं।

योजना और समय का सुनियोजन

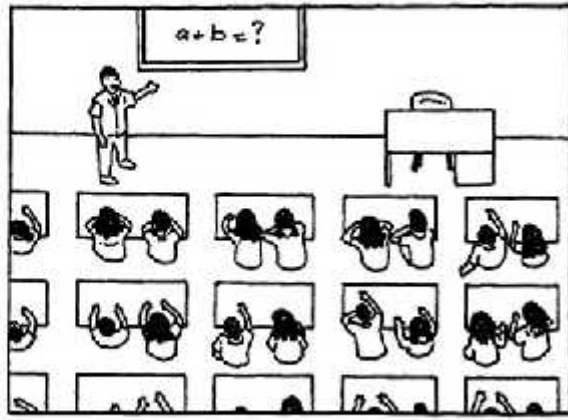
- हर पाठ किस गति से पढ़ाएंगे, इसे आप तय करें। गणित के पाठ की प्रस्तुति और व्याख्या को कितना समय देंगे? छात्रों द्वारा उठाए प्रश्नों के उत्तरों के लिए कितना समय देंगे? छात्रों द्वारा गणित के नए अभ्यास, खोजबीन, समस्या-समाधान और पहेलियों आदि के लिए कितना समय होगा?
- एक अच्छी योजना के तहत, विषय की स्पष्ट व्याख्या के बाद आपको लम्बे समय तक बोलना नहीं पड़ेगा और छात्रों को खुद गणित करने का समय मिल जाएगा। छात्रों को चुपचाप लम्बे भाषण भी नहीं झेलने पड़ेंगे।

समय के सुनियोजन से:

- आप छात्रों को नए विचारों से परिचित करा पाएंगे
- छात्र अपना पूर्व निर्धारित काम पूरा कर सकेंगे
- छात्र प्रश्न पूछ सकेंगे
- छात्रों को समझने में आसानी होगी
- आप गृहकार्य तय कर सकेंगे
- प्रयोग के उपकरणों को संभाल कर निकाला और रखा जा सकेगा
- छात्र अन्य समूहों द्वारा की जा रही गतिविधियों में भाग ले सकेंगे।

कक्षा की व्यवस्था

- कक्षा की बैठक इस प्रकार जमाएं जिससे कि सभी छात्र आपको देख पाएं।
- ब्लैकबोर्ड को साफ करें। चाहें तो ब्लैकबोर्ड पर पहले से ही मुख्य बिन्दुओं को लिख लें। इससे समय की बचत होगी।
- अपनी मेज को इस तरह रखें जिससे कि आप छात्रों के सामने बेरोक-टोक चल सकें। मेज, आपके और छात्रों के बीच बाधा न बने।
- गतिविधि को ध्यान में रखकर ही छात्रों की कुर्सी-मेजों को सजाएं
 - अगर शिक्षक पूरी कक्षा को सम्बोधित कर रहा हो तो सभी कुर्सी-मेज, ब्लैकबोर्ड की ओर हों।
 - समूहों में काम करने के लिए कुर्सी-मेजें, अलग-अलग स्थानों पर, गोलाई में सजी हों।
- हर कक्षा की शुरुआत एक पूर्व निश्चित दिनचर्या से करें। इससे छात्रों को सत्र की शुरुआत में ही उनसे अपेक्षित व्यवहार का पता चल जाएगा। उदाहरण के लिए कक्षा की शुरुआत गृहकार्य जांचने से करें।
- अपनी कक्षा को आकर्षक बनाएं। इसके लिए आप चाहें तो छात्रों द्वारा किए काम और शैक्षणिक संसाधनों को मेज पर सजा सकते हैं या फिर एक कोने को गणित की पहेलियां बूझने का 'अड्डा' बना सकते हैं।



प्रदर्शन

- किसी नई कक्षा में जल्द से जल्द सभी छात्रों के नाम याद करें।
- प्रश्न पूछते समय छात्रों को उनके नाम से ही बुलाएं।
- आत्मविश्वास के साथ बोलने की कोशिश करें। हिचकिचाने से आप छात्रों का विश्वास खो सकते हैं।
- आपकी आवाज तेज और स्पष्ट हो जिससे कि सभी छात्र सुन सकें।
- अपनी आवाज को तेज-हल्का और सुर को ऊंचा-नीचा करें।
- यह जानने के लिए कि छात्रों को पाठ समझ में आ रहा है या नहीं, पाठ के बीच-बीच में छात्रों से प्रश्न पूछते रहें। ऐसे प्रश्न पूछें जिनसे छात्रों की समझ बढ़े और जो उन्हें सोचने के लिए बाध्य करें। साथ में आपको यह भी पता चलता रहे कि छात्र आपकी बात ठीक से सुन रहे हैं। आप ब्लैकबोर्ड को छोटे खण्ड में बांट कर हरेक खण्ड पर करीने से लिखेंगे तो बहुत अच्छा होगा।
- पाठ को कभी भी अधूरा न छोड़ें।
- पाठ का अंत हमेशा स्पष्ट तरीके से करें।



कक्षा के नियम

पाठ समय पर शुरू हो।
जब कभी जरूरत हो,
सहायता मांगें।
दूसरे छात्रों के प्रश्नों और
उत्तरों को सुनें।
जब कोई बोले तो बीच में
बाधा नहीं डालें।

कक्षा में व्यवहार के कुछ नियम

- छात्रों को यह पता हो कि कक्षा में कैसा व्यवहार सही है और कैसा गलत।
- छात्रों से चर्चा करके कुछ व्यवहारिक नियम तय करें। इन नियमों को लिखकर कक्षा में टांग दें।
- शुरुआत सही आचरण के कुछ सरल नियमों से करें। उदाहरण के लिए कक्षा में आने-जाने के नियम, पाठ सही समय पर शुरू और अंत करने के नियम आदि।
- निम्न परिस्थितियों में सही व्यवहार क्या होगा:
 - जब छात्रों को सहायता की आवश्यकता हो
 - जब छात्रों को नई जानकारी या अन्य साधनों की जरूरत हो
 - जब छात्र कक्षा में पुस्तकें और गृहकार्य लाना भूल गए हों
 - जब छात्रों को काम बहुत कठिन या बहुत आसान लगे।

सुदृढीकरण और अभ्यास

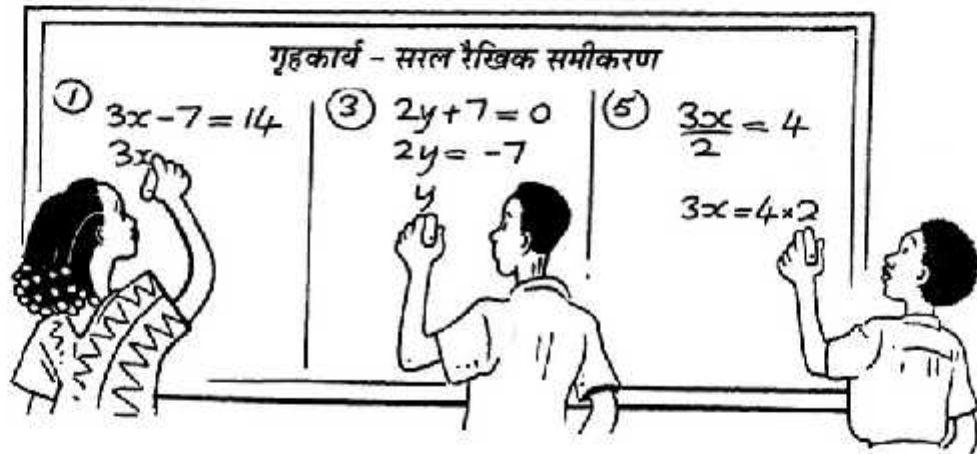
छात्रों को गणित के नए अभ्यासों के मौके मिलें, यह बहुत आवश्यक है। साथ ही वे गणित की अपनी समझ विकसित करते हुए कौशलों को एक नए माहौल की समस्याओं पर लागू कर पाएं। समझ बढ़ाने के लिए ज़रूरी अभ्यासों व सवालों का मुख्य स्रोत अक्सर पाठ्यपुस्तकें ही होती हैं।

यह सुनिश्चित करना ज़रूरी है कि उदाहरण सरल से कठिन के क्रम में हों। इससे छात्रों को एकदम कठिन प्रश्नों से शुरू नहीं करना पड़ेगा। जो अभ्यास छात्र करें वो पाठ कक्षा में पहले से पढ़ाया गया हो। कहीं ऐसा न हो कि उस पाठ या कौशल को पहले सिखाया ही न गया हो।

ऊपर सुझाया गया तरीका तो पढ़ाई की एक सामान्य पद्धति है। परंतु आप अन्य तरीकों को छोड़कर इस पद्धति का बहुत अधिक उपयोग न करें।

छात्रों से पाठ्यपुस्तक के किन प्रश्नों का अभ्यास कराना है, उनको सावधानी से चुनें। प्रश्नों को हल करने के बाद छात्र उन्हें कई तरीकों से जांच सकते हैं। मिसाल के लिए:

- आधी कक्षा सम-संख्याओं और आधी, विषम-संख्याओं पर काम कर सकती है। फिर बच्चे आपस में कापियां बदल कर, एक-दूसरे के काम को जांच सकते हैं और यदि आवश्यक हो तो उनमें सुधार कर सकते हैं। जो प्रश्न कठिन हों और हल न हो पाएं या जिनके हल पर असहमति हो, उन्हें चुनौती के रूप में किसी अन्य समूह को दिया जा सकता है।
- अगर कक्षा में बहुत सारे छात्र हों तो शिक्षक कुछ ऐसे अभ्यास चुनें जिन्हें करना एकदम ज़रूरी हो, जैसे विषम संख्याएं।
- गृहकार्य जांचते समय केवल कुछ उदाहरणों को चुनें। फिर अलग-अलग छात्रों से सवालों को ब्लैकबोर्ड पर समझाने को कहें। यह सुनिश्चित करें कि जिन छात्रों को आप चुनें उन्होंने घर पर सवालों का हल ठीक किया हो। धीरे-धीरे कोशिश करें कि अधिक से अधिक छात्र पूरी कक्षा को सिखाने का मौका पाएं।



छात्र अधिक तेजी से काम करें इसके लिए आप कुछ समय सीमा भी निर्धारित कर सकते हैं। इससे छात्रों के सीखने की रफ्तार बढ़ेगी।

- गणित के नए अभ्यास करते समय छात्रों को अंकगणित के ऐसे सवाल न दें जो नए अभ्यास से अधिक कठिन हों। अगर ऐसा होगा तो छात्र अंकगणित में ही फंस जाएंगे और वे अभ्यास नहीं कर पाएंगे।

नीचे के दोनों उदाहरणों में छात्रों को एक आयताकार खेत का क्षेत्रफल मालूम करना है। दूसरे उदाहरण की अंकगणित कुछ कठिन है। छात्र अक्सर उसमें ही उलझ जाते हैं।

✓ एक 10 मीटर लम्बे और 6 मीटर चौड़े खेत का क्षेत्रफल मालूम करें।

✗ एक 7.63 मीटर लम्बे और 4.029 मीटर चौड़े खेत का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

• प्रश्न ऐसे हों जो आसानी से समझ में आएँ जिससे कि कौशलों का जल्दी से अभ्यास हो सके।

नीचे के दोनों उदाहरणों में एक ही प्रश्न पूछा गया है। पहले उदाहरण को छात्र आसानी से समझ जाएंगे और वृत्त का क्षेत्रफल निकालने का प्रयास करेंगे, जबकि दूसरे उदाहरण में छात्र प्रश्न को समझने में अधिक समय लगाएंगे और क्षेत्रफल निकालने में कम।

10 से.मी. त्रिज्या की एक धाली है। उसका क्षेत्रफल निकालें।

एक बिजली के लैम्प का पेंदा वृत्ताकार है। पेंदा 30 से.मी. व्यास का है। उसका क्षेत्रफल निकालें।

खेल

खेलों द्वारा गणित की कक्षा को बहुत मजेदार, प्रेरक और रोचक बनाया जा सकता है। गणित के खेल छात्रों को सक्रिय रूप से शामिल होने और सीखने का मौका देते हैं। खेलों में बच्चे खुशी और सफलता महसूस करते हैं। इससे उनमें उत्साह और आत्मविश्वास पैदा होता है।

परंतु गणित के खेल, केवल मजे और आत्मविश्वास के लिए नहीं हैं। खेल बच्चों की सहायता करते हैं:

- गणित की अवधारणाएं समझने में
- गणित के कौशल विकसित करने में
- गणित के तथ्य जानने में
- गणित की शब्दावली और भाषा समझने में
- गणित के प्रश्नों का मन गणित करके झटपट उत्तर देने में।

विषय संभावित

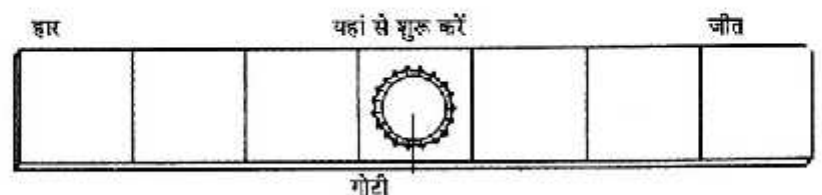
⊗ संभावित किसी घटना के होने की एक माप है।

⊙ हम जितनी अधिक बार किसी भी प्रयोग को दोहराएंगे उसके परिणाम, सैद्धांतिक संभावना के उतने ही करीब होंगे।

खेल: बाएं और दाएं

दो खिलाड़ियों के लिए खेल।

चित्र में दिखाए अनुसार बोर्ड बनाएं।



आवश्यक सामान:

अ एक गोटी जैसे कोई छोटा पत्थर
या किसी बोतल का ढक्कन

- दो पासे
- 7 खानों वाला एक बोर्ड

गोटी को बीच के खाने में रखें। फिर दोनों पासों को इकट्ठा फेंकें। दोनों पासों की संख्याओं का अंतर मालूम करें। अगर अंतर 0, 1 या 2 हो तो, गोटी को एक खाना बाएं बढ़ाएं। अगर अंतर 3, 4 और 5 हो तो गोटी को एक खाना दाएं बढ़ाएं। दोनों खिलाड़ी बारी-बारी से पासों को फेंकें, संख्याओं को घटाएं और गोटी चलें। आप कितनी बार जीते या हारे इसका हिसाब रखें। क्लास के सभी बच्चों के नतीजों को इकट्ठा करें।

- छात्र कुल कितनी बार जीते? कितनी बार हारे?
- क्या यह खेल उचित है? अगर उचित है तो क्यों? अगर नहीं, तो क्यों?
- क्या आप खेल को किसी तरह बदल सकते हैं ताकि जीतने की संभावना:
 - हारने से ज़्यादा हो जाए?
 - हारने से कम हो जाए?
 - हारने के बराबर हो जाए?

वि घ य

दशमलव से गुणा-भाग करना

- 0 और 1 के बीच की किसी संख्या से गुणा करने पर संख्याएं छोटी हो जाती हैं।
- 0 और 1 के बीच की किसी संख्या से भाग देने पर संख्याएं बड़ी हो जाती हैं।

खेल: निशाना 100

दो लोगों के लिए खेल।

पहला खिलाड़ी 1 से 100 के बीच का कोई भी संख्या चुने। दूसरा खिलाड़ी उसे किसी ऐसी संख्या से गुणा करे जिससे कि नतीजा 100 के बिल्कुल पास आए। पहला खिलाड़ी अब इस उत्तर को लेकर उसे किसी ऐसे संख्या से गुणा करे जिससे उत्तर 100 के एकदम करीब आए। इस प्रकार दोनों खिलाड़ी बारी-बारी से खेल खेलें। जो खिलाड़ी 10 बार में, 100 के सबसे करीब पहुंचेगा, वही जीतेगा।

नियम बदलकर इसे गाय का खेल भी बनाया जा सकता है।

वि

घ

य

स्थानीय मान

- अंक जिस जगह पर होते हैं वे उसी का मान ग्रहण करते हैं।
- संख्या-रेखा एक सीधी लकीर होती है जिसमें संख्याओं को उनके मान के हिसाब से रखा जाता है। यह रेखा अनंत तक जाती है और इसके मध्य में शून्य होता है।

खेल: कोई संख्या सोचें (1)

दो लोगों के लिए खेल।

पहला खिलाड़ी किसी संख्या को सोचने के बाद संख्या-रेखा पर उसकी स्थिति दूसरे खिलाड़ी को बताए। उदाहरण के लिए संख्या 0 से 100 के बीच, -10 और -20 के बीच, या 1000 और 2000 के बीच हो सकती है। दूसरे खिलाड़ी को संख्या पता करने के लिए प्रश्न पूछने होंगे। पहला खिलाड़ी उन प्रश्नों का उत्तर सिर्फ 'हां' या 'ना' में ही दे सकता है।

दूसरा खिलाड़ी इस प्रकार के प्रश्न पूछ सकता है:

'क्या संख्या 50 से बड़ी है?'

'क्या संख्या 10 से छोटी है?'

सही संख्या मालूम करने के लिए कितने प्रश्न पूछे गए उनकी गिनती करें और हरेक प्रश्न को एक अंक दें। खेल को कई बार दोहराएं जिससे प्रत्येक खिलाड़ी को संख्या चुनने और प्रश्न पूछने के कई मौके मिलें। अंत में जिस खिलाड़ी को सबसे कम अंक मिलेंगे वही जीतेगा।

विषय

अंकों के गुणधर्म

- अंकों को उनके गुणधर्मों के आधार पर पहचाना जा सकता है। उन्हें अलग-अलग समूहों में रखा जा सकता है जैसे - सम, विषम, गुणनखंड, गुणांक (Multiple), अभाज्य (Prime), आयताकार, वर्गाकार या त्रिकोण।

खेल: कोई संख्या सोचें (2)

दो लोगों के लिए खेल।

पहला खिलाड़ी 1 से 100 के बीच का कोई संख्या सोचे। खिलाड़ी-2 अब, खिलाड़ी-1 द्वारा चुनी संख्या को मालूम करे। इसके लिए खिलाड़ी 2, खिलाड़ी 1 से संख्या के गुणधर्मों के बारे में सवाल पूछ सकता है। उदाहरण के लिए:

'क्या वह एक अभाज्य संख्या है?'

'क्या वह एक वर्ग संख्या है?'

'क्या वह एक त्रिकोण संख्या है?'

'क्या वह एक विषम संख्या है?'

'क्या वह 3 का गुणांक है?'

'क्या वह 10 का गुणनखंड है?'

खिलाड़ी-1 केवल 'हां' या 'ना' में ही जवाब दे सकता है।

खेलते समय खिलाड़ी-2 के पास अगर संख्याओं को काटने के लिए 10×10 का एक संख्या-चार्ट होगा, तो उससे उसे काफी आसानी होगी।

ध्यान दें कि हरेक खिलाड़ी को, संख्या चुनने और प्रश्न पूछने का कई बार मौका मिले।



विषय

बीजगणितीय फलन (Function)

- फलन एक प्रकार का नियम होता है जो किसी संख्या-समूह के सभी सदस्यों को, किसी दूसरे संख्या-समूह की एक विशेष संख्या के साथ जोड़ता है।

उदाहरण के लिए $-x \rightarrow 3x$, $x \rightarrow 2x+1$

खेल: नियम की खोज

पूरी कक्षा के लिए खेल।

कोई सरल नियम सोचें, जैसे $\times 3$

अब ब्लैकबोर्ड पर बाईं ओर एक संख्या लिखें। यह अन्दर आने वाली संख्या होगी। वैसे आप छात्रों को अभी इसके बारे में न बताएं। इस संख्या के दाएं ओर आप बाहर जाने वाला संख्या लिखें। उदाहरण के लिए:

10 30

इसी प्रकार दो अन्य लाइनें लिखें। कोई भी संख्या चुनें और उस पर $\times 3$ का नियम लागू करें:

5 15

7 21

इसके बाद केवल अन्दर आने वाली बाईं संख्या लिखें और किसी छात्र को बोर्ड पर आकर बाहर जाने वाली दाईं संख्या लिखने के लिए आमंत्रित करें:

11 ?

10	30	
5	15	
7	21	
11	30	☹
11	33	☺
8	?	
x	3x	

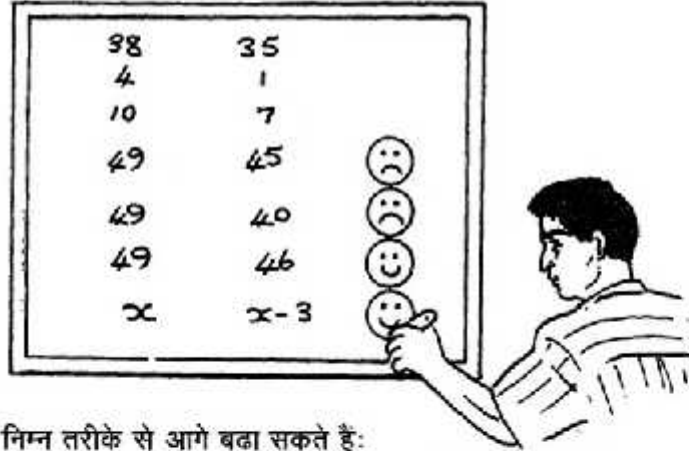
नियम खोजें

अगर छात्र सही उत्तर दे तो एक हंसता हुआ चेहरा 😊 और जवाब गलत हो तो उदास चेहरा ☹ बनाए। उसके बाद अन्य छात्रों को भी बाहर वाली संख्या का सही मान खोजने का मौका दें। जब आपको लगे कि छात्र नियम समझ गए हैं तो बीजगणितीय नियम खोजने में उनकी मदद करें। अन्दर वाली खड़ी कतार में 3 लिखें और छात्रों को बाहर वाली कतार भरने के लिए आमंत्रित करें:

$$x \quad ?$$

चुपचाप, शांत वातावरण में ही इस खेल को खेलने का मजा है!

जब आपको लगे कि छात्र नियम जान गए हैं, तब दूसरे नियम के साथ खेलें। कुछ समय बाद बोर्ड कुछ-कुछ ऐसा दिखेगा:



खेल को निम्न तरीके से आगे बढ़ा सकते हैं:

- ऐसा नियम चुनें जिसमें दो संक्रियाएं करनी हों, उदाहरण के लिए $-x^2 + 1$
- संख्याओं के वर्ग, घन और वर्गमूल $\sqrt{\quad}$ से भी छात्रों का परिचय कराएं।
- छात्रों को दो संक्रियाओं वाले ऐसे नियम खोजने की चुनौती दें जिनकी तालिकाओं में अन्दर और बाहर की संख्याएं एक समान हों।
- छात्रों को सोचने के लिए प्रेरित करें और उन्हें दिखाएं कि नियम: $(-x^2) + 2$ और नियम: $(-+1) \times 2$ एक ही है।
बीजगणित में इन्हें, $2x + 2$ और $(x + 1) \times 2$ या $2(x + 1)$ जैसे लिखा जाता है।
- इस प्रकार की समानता वाले कितने और नियम छात्र खुद खोज सकते हैं?
- छात्रों को ऐसे नियम ढूँढने को कहें जिनमें अन्दर और बाहर की संख्याएं एक समान रहें। इसका एक सरल उदाहरण है- $x - 1$!

विषय

समान भिन्न, दशमलव और प्रतिशत

- भिन्न, दशमलव और प्रतिशत सभी परिमेय (Rational) संख्याएं हैं। इन्हें दो पूर्णाकों के रूप में लिखा जा सकता है और ये सभी संख्याएं एक ही संख्या-रेखा पर पाई जाती हैं। ये सभी समतुल्य हैं: $1/2 = 2/4 = 0.5 = 50\%$

खेल: स्नैप (1)

दो या उससे अधिक खिलाड़ियों के लिए खेल।

इसके लिए ताश के पत्तों जैसे ही, सफेद कार्डशीट से बने, कम-से-कम 40 पत्तों की जरूरत होगी। प्रत्येक कार्ड के पत्ते पर कोई भिन्न, दशमलव या प्रतिशत लिखें। ऐसे कई कार्ड हों जिन पर समान भिन्न, दशमलव और प्रतिशत लिखे हों (इसके लिए आप अगले पृष्ठ पर दिए कार्डों को नमूने की तरह उपयोग कर सकते हैं)।

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{12}$
0.75	25%	0.5	25%	10%
0.7	$\frac{10}{20}$	75%	20%	50%
0.2	0.1	0.8	$\frac{10}{50}$	$\frac{1}{10}$

गड्डी के पत्तों को फेंटने के बाद उन्हें खिलाड़ियों में बांट दें। बांटते समय लिखी सतह, नीचे की ओर हो। अब बारी-बारी से हरेक खिलाड़ी एक पत्ते को बीच में रखे। जो खिलाड़ी इस पत्ते के समतुल्य, यानि बराबर के कार्ड को बीच में रखे पत्तों में से खोजेगा और सबसे पहले 'स्नैप' कहेगा, वही जीतेगा। वह बीच में पड़े सभी पत्ते जीत जाएगा। सारे पत्ते जीते जाने तक खेल चलता रहेगा। सबसे अधिक पत्ते जीतने वाला खिलाड़ी ही विजेता होगा।

वि
प
य

आकृतियों की समरूपता (Similarity) और सर्वांगसमता (Congruence)

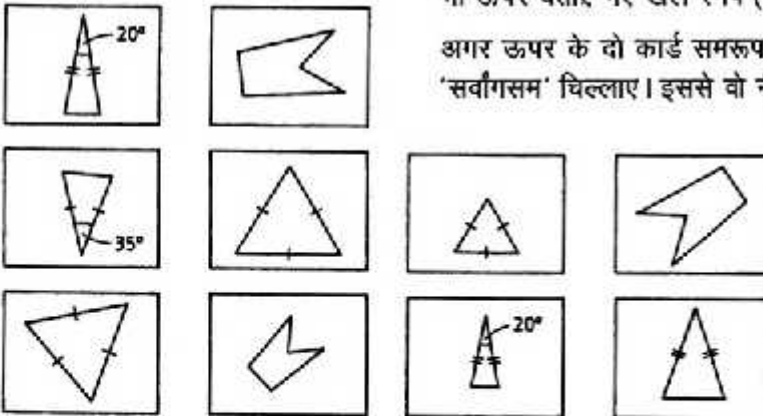
- वे द्विआयामी आकृतियां जिनकी संगत भुजाएं अनुपात में हों और संगत कोण एक समरूप हों, एक दूसरे के बराबर होती हैं।
- वे द्विआयामी आकृतियां तब समरूप होंगी जब वो एक-दूसरे का बड़ा या छोटा रूप हों।
- वे द्विआयामी आकृतियां तभी सर्वांगसम होंगी जब उनके आकार और नाप दोनों ही एक समान होंगे।

खेल: स्नैप (2)

दो या उससे अधिक खिलाड़ियों के लिए खेल।

इसके लिए आपको ऐसे 20 कार्ड चाहिए होंगे जिन पर आकृतियां बनी हों। कार्ड की कुछ जोड़ियों पर समरूप और कुछ पर सर्वांगसम आकृतियां बनाएं। यह खेल भी ऊपर बताए गए खेल स्नैप (1) की तरह ही खेला जाएगा।

अगर ऊपर के दो कार्ड समरूप या सर्वांगसम हों तो खिलाड़ी तुरंत 'समरूप' या 'सर्वांगसम' चिल्लाए। इससे वो नीचे पड़े कार्ड की गड्डी जीत जाएगा।



विषय

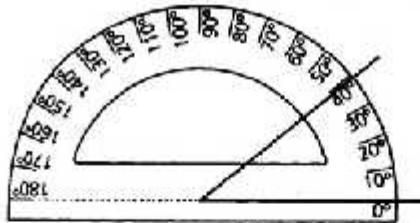
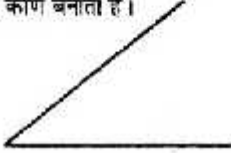
कोणों के नाप का अनुमान लगाना

- कोण, मोड़ की एक माप है। इसे अंशों में नापा जाता है।
- कोण कई प्रकार के होते हैं। न्यून (90° से कम), समकोण (90°), अधिक कोण (90° से अधिक और 180° से कम) और बृहत्कोण (180° से अधिक)।

आवश्यक सामान

- एक चाँदा

दूसरा खिलाड़ी बिना चाँदे के 49° का कोण बनाता है।



परंतु कोण केवल 39° का ही निकला। इसलिए दूसरे खिलाड़ी को 10 अंक ($49^\circ - 39^\circ$) मिलेंगे।

खेल: कोण का अनुमान लगाना

दो लोगों के लिए खेल।

खेल - एक

पहला खिलाड़ी कोई भी कोण चुने जैसे 49° । दूसरा खिलाड़ी बिना चाँदे की सहायता के केवल अपने अनुमान से यह कोण बनाए। पहला खिलाड़ी अब इस कोण को चाँदे से नापे। असली कोण और बनाए हुए कोण के बीच का अंतर दूसरे खिलाड़ी के अंक होंगे। उदाहरण के लिए दूसरे खिलाड़ी ने जब कोण को नापा तो वह केवल 39° का ही निकला। इसलिए दूसरे खिलाड़ी को 10 अंक ($49^\circ - 39^\circ$) मिलेंगे।

दोनों खिलाड़ियों को बारी-बारी से खेलने का मौका मिलेगा। अंत में जिसके सबसे कम अंक होंगे वही खिलाड़ी जीतेगा।

खेल - दो

पहले दोनों खिलाड़ी सफेद कागजों पर 15 अलग-अलग कोण बनाएं। उसके बाद वे कागजों को आपस में बदलें और एक-दूसरे द्वारा बनाए कोणों का अनुमान लगाएं। फिर वह हरेक कोण को चाँदे से नापकर अपने अंदाज और शुद्ध माप की तुलना करें। कोणों के शुद्ध माप और अनुमान के बीच जो कुछ अंतर होगा, उतने ही अंक खिलाड़ियों को मिलेंगे। जिस खिलाड़ी को सबसे कम अंक मिलेंगे वही जीतेगा।

प्रायोगिक कार्य

यहां प्रायोगिक काम में तीन चीजें करनी होंगी:

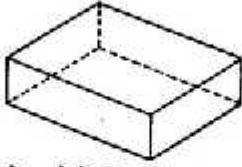
- अलग-अलग प्रकार की वस्तुओं के इस्तेमाल से चीजें बनाना। इसमें नापने और अनुमान लगाने के गणितीय कौशल के साथ-साथ स्थान सम्बंधी (Spatial) रिश्तों की समझ भी होना जरूरी है।
 - गणित की किसी अवधारणा या किसी सम्बंध का एक ठोस मॉडल बनाना।
 - गणित से असली जिंदगी के कुछ व्यावहारिक काम करना जैसे बाजार से खरीदारी, बाहर जाने की योजना या किसी के आयोजन की रूपरेखा आदि।
- प्रायोगिक, ठोस काम करते समय हम हमेशा चीजों का उपयोग करते हैं।

विषय

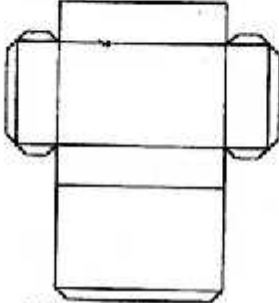
आकृतियां, जाल, क्षेत्रफल, आयतन, नापना, स्केल-ड्राइंग

गतिविधि: डिब्बा डिज़ाइन करना

एक फलवाली किसी दूसरे बड़े शहर के व्यापारियों को फल बेचना चाहती है। उसे फलों को दूसरे शहर तक सुरक्षित और सस्ते में पहुंचाना है। इसके लिए उसे एक ऐसा डिब्बा चाहिए जिसमें एक साथ चार फल फिट बैठें। डिब्बे में फल लुढ़के नहीं। लुढ़कने से फल खराब हो जाएंगे। डिब्बा इतना मजबूत हो कि वह उठाने पर टूटे नहीं।



केले रखने के लिए डिब्बा



केले के डिब्बे का जाल



संतरे रखने के लिए डिब्बा



संतरे के डिब्बे का जाल

आवश्यक सामान:

- डोर
- ड्राइंग पिन
- एक स्केल
- एक घड़ी
- कुछ बाट जैसे पत्थर

दो-दो छात्रों की जोड़ियां इस फल के डिब्बे का डिजाइन करें। इसके लिए छात्रों को अपने-अपने डिजाइनों की स्केल-ड्राइंग बनानी होंगी। अंत में चार अलग-अलग डिजाइनों की तुलना करके, फलवाली के लिए सबसे उपयुक्त डिब्बे का डिजाइन चुनें। छात्र डिजाइन चुनने के बाद स्केल-ड्राइंग के अनुसार कार्डशीट से डिब्बों के कुछ मॉडल भी बनाएं और वे उनका परीक्षण भी करें।

सबसे उपयुक्त डिब्बे को चुनने के लिए छात्रों को निम्न बिन्दुओं पर ध्यान देना होगा:

■ आकार

- अलग-अलग आकार के डिब्बों की मजबूती
- डिब्बे का आकार ऐसा हो जिसमें, सबसे कम कार्डशीट लगे
- डिब्बे का आकार ऐसा हो जो अपने जैसे अन्य डिब्बों के साथ अच्छी तरह पैक हो सके

■ जाल

- डिब्बे के एक ही आकार को मोड़ने के लिए अलग-अलग जाल (Networks)
- जाल मोड़कर डिब्बा बनाने के लिए गोंद के चिपकने वाले कानों के स्थान
- कार्डशीट बेकार न हो इसलिए एक बड़ी शीट पर एक प्रकार के अधिक-से-अधिक जाल फिट हों

■ क्षेत्रफल

- वर्ग, आयत, त्रिकोण और बेलनाकार डिब्बों आदि की आकृतियों का सतही क्षेत्रफल
- जाल का कुल सतही क्षेत्रफल (गोंद वाले कानों को मिलाकर)
- डिब्बे के किस आकार में सबसे कम कार्डशीट खर्च होगी

■ आयतन

- भिन्न-भिन्न आकार के डिब्बों के आयतन
- डिब्बे में फल लुढ़कें नहीं इसके लिए डिब्बे का न्यूनतम आयतन कितना हो

■ माप

- फलों को अलग-अलग तरीकों से सजाने पर उनका माप
- किस सजावट में फल कम-से-कम जगह घेरेंगे
- चुने हुए डिब्बे के आकार का एकदम सही माप

■ स्केल ड्राइंग

- कौन-सा पैमाना हस्तेमाल करें
- डिब्बे की लम्बाई, चौड़ाई आदि को चुने पैमाने के अनुसार बदलें
- डिब्बे और उसके जाल का एक सही रेखाचित्र कैसे बनाएं

विषय

शुद्ध माप, ग्राफ और सम्बंध

गतिविधि: 10 सेकेंड

एक ऐसा दोलक डिजाइन करें, जिससे कि 10 सेकेंड को एकदम सही नापा जा सके। दोलक 10 सेकेंड में एकदम 10 दोलन पूरे करें। अलग-अलग भार और डोर की लम्बाई से तब तक प्रयोग करें जब तक दोलक, 10 सेकेंड में 10 दोलन पूरे नहीं करता है।

■ शुद्ध माप

छात्र डोर से लटके पत्थरों का भार 10 दोलनों का समय और डोर की लम्बाई आदि मालूम करें।



■ ग्राफ और सम्बंध

छात्र सोचकर तय करें कि 10 दोलनों के समय पर किस चीज का मुख्य असर है और वो उसे किस प्रकार प्रभावित करता है। उदाहरण के लिए डोर की लम्बाई को कम-ज्यादा करने या पत्थर के भार को घटाने-बढ़ाने से 10 दोलनों के समय पर क्या असर पड़ेगा? इन सम्बंधों को खोजने के लिए छात्र समय और डोर की लम्बाई व समय और भार के बीच ग्राफ बना सकते हैं।

वि
प
य

अनुमान, क्षेत्रफल, व्यतिक्रमानुपात (Inverse proportion)
स्केल ड्राइंग, पाईथागोरस का प्रमेय, त्रिकोणमिति

गतिविधि: कपड़े का तम्बू

छात्रों को निम्न समस्या दें।

तुम अपने मित्र के साथ यात्रा कर रहे हो। रात को ठहरने के लिए तुम लोगों के पास कोई जगह नहीं है। तुम्हारे पास सिर्फ 4 मीटर लम्बा और 3 मीटर चौड़ा एक कपड़े का टुकड़ा है। इसका उपयोग करके एक सुरक्षित तम्बू बनाओ जिससे कि तुम हवा और बारिश से बच सको।

तय करें:

- लेटने के लिए तुम्हें कितनी जगह चाहिए होगी
- तम्बू के लिए कौन-सा आकार सबसे उपयुक्त होगा
- तम्बू को सहारा देने के लिए तुम किन-किन चीजों का प्रयोग करोगे? मसलन पेड़, पत्थर आदि?

छात्रों की मदद के लिए उन्हें निम्न सुझाव दें:

- दो संभावित तम्बूओं के रेखाचित्र (स्केल ड्राइंग) बनाएं
- जिस तम्बू के डिजाइन को वे चुनें उसका एक मॉडल बनाएं
- तम्बूओं की ऊंचाई और लम्बाई का अनुमान लगाएं।

तम्बू की डिजाइन समस्या का हल खोजने के लिए छात्र :

■ अनुमान लगाएं

- उन लोगों की ऊंचाई का, जो तम्बू का इस्तेमाल करेंगे
- तम्बू के फर्श के क्षेत्रफल का

■ क्षेत्रफल ज्ञात करना

- तम्बूओं के डिजाइन में फर्श अलग-अलग आकार का हो सकता है जैसे आयताकार, वर्गाकार, नियमित और अनियमित बहुभुज आकार, त्रिकोण और गोल

■ व्यतिक्रमानुपात की समझ

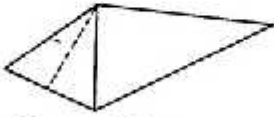
- उदाहरण के लिए जैसे-जैसे तम्बू की ऊंचाई बढ़ेगी वैसे-वैसे उसके फर्श का क्षेत्रफल भी कम होगा

■ संभावित तम्बूओं के डिजाइनों की स्केल ड्राइंग बनाना

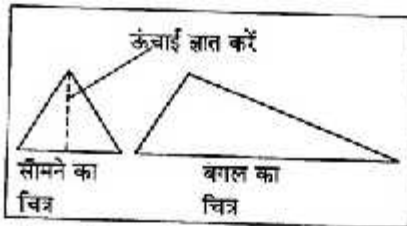
- इसके लिए पहले तम्बू की एक या दो भुजाओं की नाप निश्चित करें जैसे लम्बाई, त्रिज्या आदि

■ पाईथागोरस की प्रमेय और त्रिकोणमिति का प्रयोग करें

- इस विधि से तम्बू की अन्य भुजाओं और कोणों की माप ज्ञात करें।



तम्बू का तीन-आयामी चित्र



चित्र का पैमाना (स्केल ड्राइंग) 1:50

विषय

संभावितता

- किसी प्रयोग को बार-बार दोहराने पर उसके अंतिम परिणाम अलग-अलग हो सकते हैं।
- सापेक्षिक आवृत्ति के उपयोग से संभावितता का अनुमान लगाया जा सकता है।
- प्रयोग जितनी अधिक बार दोहराया जाएगा उसकी सापेक्षिक आवृत्ति, सैद्धांतिक आवृत्ति के उतने ही करीब पहुंच जाएगी।

गतिविधि: छूकर पता करो

एक थैले में अलग-अलग रंग के मोती डालें। छात्रों को बता दें कि थैली में 9 मोती हैं। उदाहरण के लिए - 5 लाल, 3 काले और 1 पीला मोती। फिर किसी भी छात्र से थैले में से एक मोती निकालने के लिए कहें। मोती निकालने के बाद छात्र उसे पूरी कक्षा को दिखाएँ और बाकी छात्र मोती का रंग नोट करें। उसके बाद छात्र मोती को थैले में वापस डाल दे। इस प्रयोग को कम-से-कम 100 बार दोहराएं। अंदाज लगाकर छात्रों को बताना है कि थैले में कौन-से रंग के कितने मोती हैं। जब छात्र सही अनुमान लगा लें, तब प्रयोग खत्म करें।

गतिविधि: तेज़ दौड़

दो पासों को एक साथ फेंकें और उनकी संख्याओं को जोड़ें। जो खिलाड़ी इस जोड़ की संख्या के स्थान पर बैठा हो वो एक खाना आगे चले। उदाहरण के लिए

$$\begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} = 9, \text{ इसलिए 9 नंबर पर स्थित खिलाड़ी, एक खाना आगे बढ़े।}$$

इसे खेलें और देखें कि कौन खिलाड़ी सबसे पहले जीत रेखा तक पहुंचता है। खेल को कई बार दोहराएं। क्या पहली बार का विजेता, बार-बार जीतता है? क्या यह खेल निष्पक्ष और सही है? किस खिलाड़ी के जीतने की संभावितता, सबसे अधिक है? किसके जीतने की संभावना सबसे कम है? खेल सही और पक्षपातरहित हो, इसके लिए खेल के नियमों या बोर्ड को बदलें।

आवश्यक सामान:

- दौड़ के लिए चित्र में दिखाया चौखानों का बोर्ड
- दो पास
- हरेक खिलाड़ी के लिए एक छोटा पत्थर जिसे कि दौड़ की सड़क पर आगे बढ़ाया जा सके

दौड़ने वाले	जीत रेखा
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

वि

ष

य

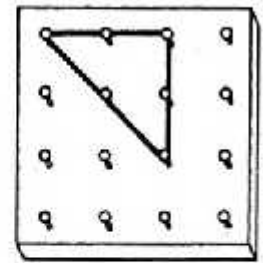
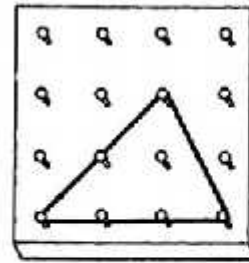
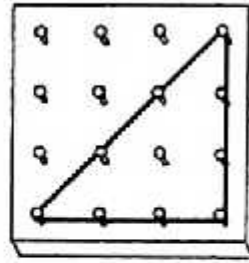
त्रिभुज, चतुर्भुज, सर्वांगसमता, सदिश (Vectors)

गतिविधि: ज्यामितीय बोर्ड पर विभिन्न आकृतियों की खोजबीन करना

अलग-अलग आकार और नाप के कुछ ज्यामितीय बोर्ड बनाएं। छात्र चाहें तो, बोर्ड की कीलों पर डोर बांधकर या रबर के छल्ले फंसाकर विभिन्न आकृतियां जैसे त्रिभुज, चतुर्भुज आदि बना सकते हैं। फिर वे इनके गुणधर्म और क्षेत्रफल की खोजबीन कर सकते हैं।

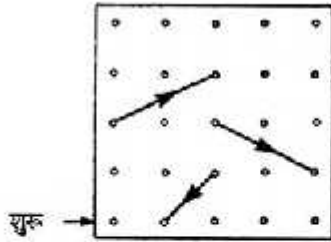
आवश्यक सामान:

- कीलें
- लकड़ी का बोर्ड
- डोर, रबर के छल्ले



उदाहरण के लिए:

- 3×3 के बोर्ड पर विभिन्न प्रकार के कुल कितने त्रिभुज बनाए जा सकते हैं? इन त्रिभुजों को कोणों की माप, भुजाओं की लम्बाई, सममिति रेखा, घुमावदार सममिति आदि के आधार पर, अलग-अलग समूहों में रखें।
- 4×4 के ज्यामितीय बोर्ड से कितने तरह के चतुर्भुज बनाए जा सकते हैं? इन चतुर्भुजों को उनके कोणों की माप, भुजाओं की लम्बाई, सममिति की रेखाओं, घुमावदार सममिति के क्रम और कर्णों के आधार पर, अलग-अलग समूहों में रखें। विभिन्न चतुर्भुजों का क्षेत्रफल भी मालूम करें।
- 4×4 के ज्यामितीय बोर्ड को कितने तरीकों से:
 - दो सर्वांगसम हिस्सों में बांटा जा सकता है?
 - चार सर्वांगसम भागों में बांटा जा सकता है?
- चित्र में एक 5×5 का ज्यामितीय बोर्ड दिखाया गया है। दिखाए गए तीनों वेक्टर की मदद से आप इस बोर्ड पर अधिकतम कितने बिन्दुओं तक पहुंच सकते हैं। इन बिन्दुओं तक पहुंचने के, कितने तरीके हो सकते हैं? इसके लिए आप हमेशा, एक ही बिन्दु से शुरू करें। तीनों वेक्टर की चाल को, किसी भी क्रम में, जितनी बार चाहें, इस्तेमाल करें। अलग-अलग नाप के ज्यामितीय बोर्डों पर भी प्रयोग करें।



समस्याएं और पहेलियां

इस पद्धति में हम छात्रों को निश्चित हल वाली गणित की समस्याएं और पहेलियां सुलझाने के लिए प्रेरित करते हैं। इनकी मुख्य बात है कि इन्हें सुलझाते समय छात्रों को हल का तरीका खुद ही खोजना पड़ता है।

पहेलियां हल करने से छात्रों में सोचने के कौशल विकसित होते हैं। गणित की कई ऐतिहासिक पहेलियां बहुत मशहूर हैं। इनसे छात्रों को गणित के इतिहास से भी परिचित कराया जा सकता है।

अक्सर पाठ्यपुस्तकों में दिए सवालों का छात्रों के जीवन से कोई सरोकार नहीं होता है। समस्याओं का समाधान खोजने के दौरान छात्रों में उपयुक्त तरीके चुनने का कौशल भी विकसित होगा।

2	7	6
9	5	1
4	3	8

वि प य

बुनियादी जोड़ और घटाना

गतिविधि: जादुई वर्ग (Magic square)

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 के अंकों को 3×3 में सजाकर एक जादुई वर्ग बनाएं। इस जादुई वर्ग में, हरेक खड़ी कतार की संख्याओं का योग 15 होगा।

	8	

चित्र-1

16	6	x
2	y	18
z	14	4

चित्र-2

प्रत्येक आड़ी कतार की संख्याओं का जोड़ भी 15 होगा। दोनों विकर्ण की संख्याओं का योग भी 15 होगा। 15 को हम जादुई अंक कहेंगे।

- 1 से 9 तक के अंकों को 3×3 के जादुई वर्ग में सजाने के कितने अलग-अलग तरीके हो सकते हैं?
- चित्र-1 में दिखाए खाने में 8 के अंक को रखें और फिर हल खोजें?
- 1 से 16 तक के अंकों को 4×4 के जादुई वर्ग में 880 तरीकों से सजाया जा सकता है।
अगर जादुई संख्या 34 हो तो आप इनमें से कितने तरीके खोज सकते हैं?
- दाईं ओर बने जादुई वर्ग (चित्र-2) में x, y, z के मान क्या होंगे? (यहां जादुई अंक 30 है)

1	9	2
3	8	4
5	7	6

वि
प
य

तीन अंकों वाली संख्याओं का गुणा और भाग

गतिविधि: अंक और वर्ग

1 से 9 तक के अंकों को, वर्ग में इस प्रकार सजाया गया है जिससे कि दूसरी कतार 384, पहली कतार 192, की दुगुनी है। तीसरी कतार 576, पहली कतार 192 की तिगुनी है। अब 1 से 9 तक के अंकों को किसी दूसरे तरीके से सजाएं ताकि तीनों कतारों की संख्याओं का रिश्ता नहीं बदले।

$$\square - \square = \square$$

$$\square \div \square = \square \times \square$$

$$\square + \square = \square$$

वि
प
य

जोड़-घटाना-गुणा-भाग, चारों एक-साथ

गतिविधि: खानों में अंक भरना

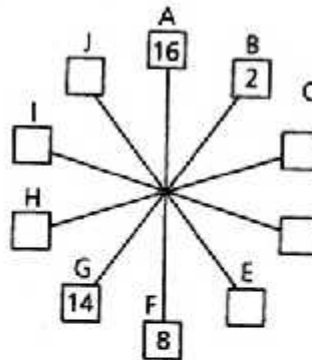
1 से 9 तक के अंकों को खानों में इस प्रकार भरें कि चारों समीकरण सही हों।

अब इन खानों में कुछ अन्य संख्याएं भरें जिससे चारों समीकरण सही बने रहें।

वि प य

अंकों के वर्ग और संख्याओं का जोड़

■ किसी अंक के वर्ग के लिए उसे, उसी अंक से गुणा करें।



गतिविधि: वर्गों का गोला

खाली खानों में अंकों को इस प्रकार लिखें कि पास के दो खानों की संख्याओं के वर्गों का जोड़, विपरीत खानों की संख्याओं के वर्गों के जोड़ के बराबर हो।

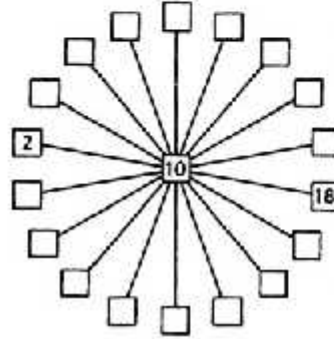
उदाहरण के लिए: $16^2 + 2^2 = 8^2 + 1^2$

वि
ष
य

जोड़

गतिविधि: जोड़ का गोला

1 से 19 तक की संख्याओं को खानों में इस प्रकार भरें जिससे कि हरेक सीधी रेखा पर स्थित, तीनों अंकों का जोड़ 30 हो।



वि
ष
य

पृष्ठीय क्षेत्रफल, आयतन और समान गुणनखंड

गतिविधि: डिब्बे की समस्या

किसी डिब्बे की ऊपरी सतह का क्षेत्रफल 120 वर्ग से.मी. है। डिब्बे की अन्य दो सतहों का क्षेत्रफल 96 वर्ग से.मी. और 80 वर्ग से.मी. है। डिब्बे का आयतन कितना होगा?

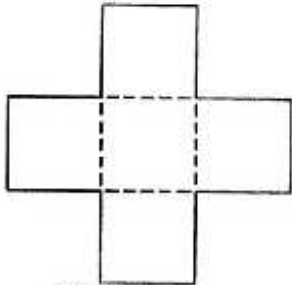
वि
ष
य

आकार और सममिति (Symmetry)

गतिविधि: ग्रीक क्रॉस

चित्र में दिखाया ग्रीक क्रॉस पांच वर्गों से बना है।

- क्रॉस को पांच भागों में ऐसे काटें जिससे कि उन सभी टुकड़ों को जोड़कर एक वर्ग बनाया जा सके।
- क्रॉस को चार भागों में इस तरह काटें जिससे कि उन सभी टुकड़ों को जोड़कर एक वर्ग बनाया जा सके।
- कोशिश करें कि सभी टुकड़े एक ही नाप और आकार के हों।
- अलग-अलग आकार और नाप के टुकड़ों से भी कोशिश करके देखें।



ग्रीक क्रॉस

वि
ष
य

समबाहु त्रिभुज और क्षेत्रफल

- किसी भी समबाहु त्रिभुज की तीनों भुजाएं एक-बराबर होती हैं और उसके तीनों कोण भी एक समान होते हैं।

गतिविधि: माचिस की तीलियां

- माचिस की छह तीलियों को इस्तेमाल कर चार समबाहु त्रिभुज बनाएं।
- माचिस की 18 तीलियों को इस प्रकार सजाएं जिससे कि:
 - वे दो स्थान घेरें। पहले स्थान का क्षेत्रफल दूसरे से दो गुना हो।
 - वे चार भुजाओं वाले दो स्थान घेरें। पहले स्थान का क्षेत्रफल, दूसरे से तीन गुना होना चाहिए।
 - वे पांच भुजाओं वाले दो स्थान घेरें। पहले स्थान का क्षेत्रफल, दूसरे से तीन गुना होना चाहिए।

$$\begin{array}{r} xxx \\ +yyy \\ +zzz \\ \hline abcd \end{array} \quad \begin{array}{r} y \\ +y \\ +y \\ \hline my \end{array}$$

वि
प
य

जोड़, स्थानीय मान

गतिविधि: संख्या बूझो

इन सवालों में अंकों की जगह अक्षर हैं। इन अक्षरों का मान 0 से 9 के बीच का कोई अंक है। जोड़ के इन प्रश्नों की मदद से प्रत्येक अक्षर का मान पता करें।

वि
प
य

समीकरण बनाना और उन्हें हल करना

गतिविधि: संख्या मालूम करें

1. ऐसे दो पूर्णांक खोजें जिनका गुणनफल 22। हो।
2. ऐसे दो पूर्णांक खोजें जिनका गुणनफल 41 हो।
3. 20 साल पहले, मेरी आयु मां की उम्र से आधी थी। मेरी मां 38 वर्ष की हैं। मेरी उम्र क्या है?
4. वे दो संख्याएं बताएं जिनका जोड़ 20 हो और जिनके वर्गों का जोड़ 208 हो।
5. वे दो संख्याएं बताएं जिनका जोड़ 10 हो और जिनके घनफलों का जोड़ 370 हो।
6. वो कौन सी संख्या होगी जिसे $3\frac{3}{4}$ में जोड़ने से और $3\frac{3}{4}$ से गुणा करने पर एक ही उत्तर मिले।

वि
प
य

प्रतिशत

गतिविधि: प्रतिशत सम्बंधी समस्याएं

1. किसी राशि में 20 प्रतिशत की बढ़त होती है। मैं नई राशि को कितने प्रतिशत घटाऊँ जिससे कि मुझे मूल रकम वापस मिल जाए?
2. एक आयत की लम्बाई 20 प्रतिशत बढ़ती है और चौड़ाई 20 प्रतिशत घटती है। उसके क्षेत्रफल में कितने प्रतिशत का फर्क आएगा?
3. पहले घन का आयतन दूसरे घन से 20 प्रतिशत अधिक है। दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा?

वि
प
य

संभावित

गतिविधि: संभावित सम्बंधी समस्याएं

- किसी भी घटना की सैद्धांतिक संभावित ज्ञात करने के लिए प्रयोग की सभी संभावितताओं को दर्ज करना पड़ेगा।
 - किसी भी घटना की सैद्धांतिक संभावित जानने के लिए उस घटना के घटने की संभावित संख्या में, कुल घटने वाली संभावितताओं से भाग दें।
1. मेरे पास दो पासे हैं। मैं उन्हें फेंकता हूँ और उनका अंतर मालूम करता हूँ। अंतर 2 हो, इसकी संभावितता क्या होगी? 0 और 6 के बीच के अन्य अंतरों के आने की संभावितता क्या होगी?
 2. मैं अलग-अलग कार्डों पर कक्षा के अलग-अलग छात्रों के जन्म के महीने की क्रम संख्या लिखता हूँ (जैसे नवम्बर के महीने की क्रम संख्या होगी 11, जनवरी की 1 आदि)। फिर कार्डों को मिलाकर उनमें से दो कार्ड चुनता हूँ। उनका जोड़, सम संख्या हो इसकी संभावितता कितनी होगी? उनका जोड़, विषम संख्या हो इसकी संभावितता कितनी होगी? ये दोनों संभावितताएं बराबर कब होंगी?

3. पांच सिक्के एक साथ उछालें। अगर पांचों चित (हेड) या पट (टेल) आए तो आप जीतेंगे। अगर ऐसा नहीं हो, तो आप जितने चाहें उतने सिक्कों को दो बार और उछालें। इस प्रकार तीन बार उछालने पर पांच हेड या पांच टेल मिलने की संभाविता क्या होगी?
4. आपके पास आठ गोल चकती हैं। उन पर एक ओर 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 और 128 की संख्याएं लिखी हैं। चकतियों की उल्टी सतहों पर शून्य लिखा है। चकतियों को फेंकें और उन पर लिखी संख्याओं को जोड़ें। संख्याओं का जोड़ कम-से-कम 70 हो, इस बात की संभाविता क्या होगी?
5. तीन पासों को इकट्ठे फेंकें। किस बात की संभाविता अधिक होगी: तीनों अंकों के जोड़ को 3 से भाग दिया जा सके या तीनों अंकों के गुणनफल को 4 से भाग दिया जा सके?

गणित में खोजबीन

कई शिक्षक छात्रों को कुछ गणित सिखा कर, उनसे उसका अभ्यास करने को कहते हैं। सिखाने का इससे एक अलग तरीका भी संभव है। इसमें छात्रों को शिक्षक एक चुनौती भरी समस्या सुझाता है। समस्या का हल खोजते समय, छात्रों को खुद नई गणित की खोज करने और कुछ अभ्यास करने का मौका मिलेगा। शिक्षकों का काम छात्रों के लिए सही चुनौतियां ढूंढना है। ऐसी चुनौतियां जो छात्रों की क्षमताओं और कौशलों से मेल खाती हों।

जांच-परख करने के दौरान यह जरूरी है कि छात्र निम्न बातों को खुद तय करें:

- कहां से शुरू करें
- चुनौती का किस प्रकार सामना करें
- समस्या के हल के लिए किस प्रकार का गणित उपयोग करें
- जो कुछ उन्होंने खोजबीन की है उसका वर्णन किस प्रकार करें
- दूसरों को अपनी खोज के बारे में किस प्रकार बताएं।

इस जांच-पड़ताल को हम खुला कह सकते हैं क्योंकि इसमें छात्रों के चुनने के लिए बहुत सी संभावनाएं मौजूद हैं। इस खण्ड में गणित के ऐसे कई प्रकरण दिए हैं जिनकी जांच-पड़ताल को एकदम शुरुआत से करना संभव है। खोजबीन कहां से शुरू की जाए उसके सुझाव भी दिए हैं।

वि

प

य

रैखिक समीकरण और सीधी रेखा की ग्राफ

- समीकरण को एक ग्राफ से दर्शाया जा सकता है।
- समीकरण और ग्राफ के आकार में परस्पर सम्बंध होगा।
- $y = mx + c$ प्रकार के रैखिक समीकरण को एक सीधी रेखा के ग्राफ से दर्शाया जा सकता है।
- यहां पर m सीधी रेखा का ढाल निरूपित करता है। y अक्ष को सीधी रेखा जहां काटेगी वह c का मान होगा।

रैखिक समीकरणों के ग्राफ की जांच-पड़ताल

ब्लैकबोर्ड पर लिखें:

संख्या y का मान, संख्या x से 1 अधिक है।

इस नियम के अनुसार छात्रों से तीन निर्देशांकों की जोड़ियां लिखने को कहें। फिर उनके ग्राफ बनाएं।

नियम को बदलें:

y संख्या का मान, x संख्या से दो अधिक है।

इस नियम के अनुसार छात्रों से तीन निर्देशांकों की जोड़ियां लिखने को कहें। पहले वाले अक्षों पर ही नए ग्राफ बनाएं।

छात्रों से पूछें कि सीधी रेखाओं के ढाल और y अक्ष पर उनके द्वारा बनाए चाप (रेखाखण्ड) के बारे में, क्या उन्हें कोई विशेष बात दिखाई दी।

छात्रों से इन नियमों को ब्लैकबोर्ड पर बीजगणितीय समीकरणों के रूप में लिखने को कहें। उसके बाद छात्र निम्न नियमों के ग्राफ बना सकते हैं:

- y संख्या = x संख्या से दो गुनी है
- y संख्या = x संख्या से तीन गुनी है
- y संख्या = x संख्या से तीन गुनी और 1 अंक अधिक है।

छात्रों से इन नियमों को बीजगणितीय समीकरणों के रूप में लिखने को कहें।

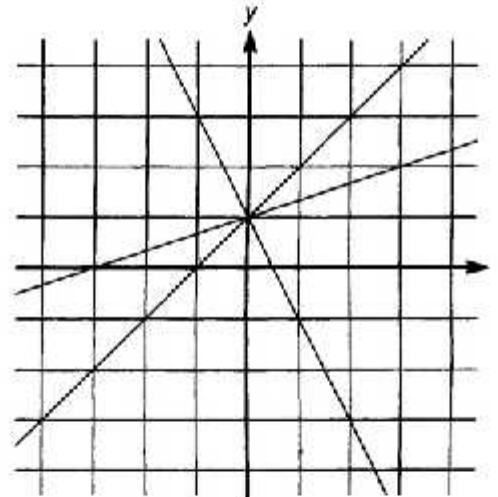
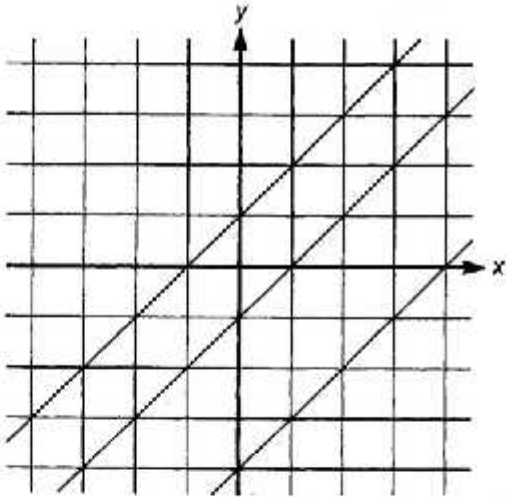
छात्र खुद अध्ययन करें और सीधी रेखा के ग्राफ और रैखिक समीकरणों के संबंधों को खोजें। नीचे दिए निर्देश इसमें सहायक होंगे।

सीधी रेखा के ग्राफ के बारे में अपने नियम बनाएं। तीन निर्देशांकों के आधार पर इन नियमों के ग्राफ बनाएं।

ऋण संख्याओं, भिन्नों और पूर्णांकों के बारे में भी इसी तरह के नियम बनाएं।

प्रत्येक नियम के लिए समीकरण लिखें। सीधी रेखा के हर ग्राफ पर उसका समीकरण भी लिखें।

ग्राफ में रेखाओं के ढाल और y अक्ष पर उनके चाप के बारे में आपको जो भी नमूने दिखें, उनका वर्णन करें। क्या ग्राफ के समीकरण आपको ढाल और y अक्ष पर चाप के बारे में कुछ बताते हैं?



दि ष य

आकृतियों का क्षेत्रफल और उनकी परिधि

- क्षेत्रफल, किसी भी आकृति के अन्दर जगह की मात्रा है।
- परिमिति, किसी भी आकृति के बाहरी घेरे की माप है।
- क्षेत्रफल को चौखाने गिनकर मालूम किया जा सकता है।

क्षेत्रफल और परिमिति सम्बंधी खोजबीन

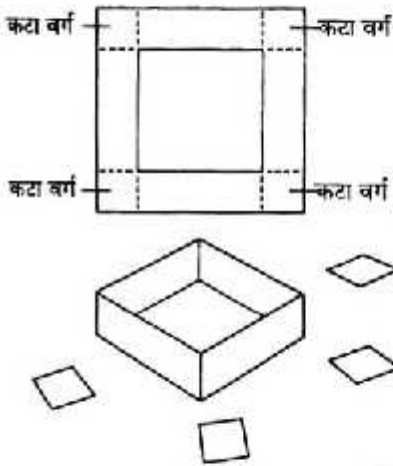
1. एक किसान के पास बांस के 12 टुकड़े हैं इनसे उसे, अपने खेत के चारों ओर एक बाड़ बनानी है। हरेक टुकड़ा 1 मीटर लम्बा है। किसान का खेत आयताकार है। वह अधिक-से-अधिक कितने बड़े क्षेत्रफल में बाड़ लगा सकता है? वह कम-से-कम कितने बड़े क्षेत्रफल को घेर सकता है?
अब किसान के पास बांस के 14 टुकड़े हैं। हरेक टुकड़ा 1 मीटर लम्बा है। वह इनसे कितना बड़ा और कितना छोटा खेत घेर सकता है?
कम या ज़्यादा बांस के टुकड़ों से जांच-पड़ताल करें।
2. एक किसान के पास बांस के 12 टुकड़े हैं। हरेक टुकड़ा 1 मीटर लम्बा है। इनसे किसान किसी भी आकार का खेत घेर सकता है। किसान इनसे अधिक-से-अधिक कितना बड़ा खेत घेर सकता है? कितना, छोटे-से-छोटा खेत घेर सकता है?
कम या ज़्यादा बांस के टुकड़ों से जांच-पड़ताल करें।
3. आपके पास एक रस्सी है जिसकी लम्बाई 36 मीटर है। उन सब आकृतियों का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिनकी परिमिति 36 मीटर होगी।
4. एक ज़मीन के टुकड़े का क्षेत्रफल 100 वर्ग मीटर है। उसके चारों ओर बाड़ लगाने में कितने मीटर तार की आवश्यकता होगी?

विषय

ठोस चीज़ों का आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल

- कोई भी ठोस चीज़ आकाश में जितना स्थान घेरती है, वही उसका आयतन होता है।
- ठोस वस्तुओं का आयतन, इकाई घनों को गिनकर मालूम किया जा सकता है।
- ठोस वस्तु को बनाने वाले जाल का क्षेत्रफल ही, उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा।
- नियमित आकृतियों का पृष्ठीय क्षेत्रफल इकाई घनों को गिनकर या फिर हिसाब लगाकर ज्ञात किया जा सकता है।

ठोस वस्तुओं के आयतन और पृष्ठीय क्षेत्रफल की जांच-पड़ताल



1. एक कागज़ की शीट लें। उससे सबसे अधिक आयतन का डिब्बा कैसे बनाएंगे?
2. आपको एक डिब्बा बनाना है जिसकी क्षमता 96 घन से.मी. हो। डिब्बे किसी भी आकार के हो सकते हैं। उन्हें बनाने के लिए न्यूनतम कितनी कार्डशीट लगेगी?
3. आपके पास कार्ड का एक टुकड़ा है जो 24 से.मी. लंबा और 8 से.मी. चौड़ा है। आप इस कार्ड के कोनों से, वर्गाकार टुकड़े काट कर और किनारों को मोड़कर, एक डिब्बा बना सकते हैं। इससे आप सबसे अधिक आयतन वाला एक डिब्बा बनाएं। कोनों से कटे वर्गों की गुजा की लम्बाई कितनी होगी? अलग-अलग नाप के कार्ड के वर्गाकार टुकड़ों से डिब्बे बनाएं। आयताकार कार्डों से भी कोशिश करें।
4. आपके पास एक आयताकार कार्ड है जो 24 से.मी. लम्बा और 8 से.मी. चौड़ा है। इससे बनने वाले सबसे बड़े बेलनाकार डिब्बे (सिलेंडर) की क्षमता क्या होगी?
5. आपको एक बेलनाकार डिब्बा बनाना है जिसका आयतन 80 घन से.मी. हो। इसे बनाने के लिए कम-से-कम कितने नाप के कार्ड की ज़रूरत होगी?

विषय

युगपत समीकरण (Simultaneous Equations)

- युगपत समीकरण अक्सर दो समीकरणों की जोड़ियां होते हैं। दोनों में अज्ञात समान राशियां होती हैं। उदाहरण के लिए:

$$x + y = 10$$

$$x - y = 4$$

- युगपत समीकरण को हल करने पर दोनों समीकरण में अज्ञात राशियों का मान एक समान होगा। उदाहरण के लिए ऊपर के दोनों समीकरण में $x = 7$ और $y = 3$ है। युगपत समीकरण में एक समीकरण को दूसरे के बिना हल करना असंभव होगा।

युगपत समीकरणों की जांच-पड़ताल

युगपत समीकरण के परीक्षण और सुधार के बाद समीकरणों के नियम और प्रतिस्थापन विधि लागू करके हल किया जा सकता है।

पहले बोर्ड पर समीकरण लिखें, उदाहरण के लिए $x + y = 10$

उसके बाद बोर्ड को दो हिस्सों में बांटें। हरेक छात्र से निम्न बातें करने को कहें:

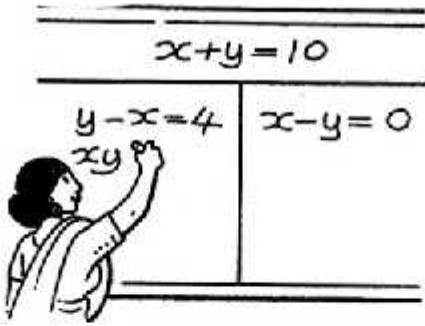
- x और y की जोड़ी के ऐसे मान सोचें जिनसे कि बोर्ड पर लिखी समीकरण सच हो। वे अभी किसी को भी अपना सोचा हुआ मान नहीं बताएं।
- सोचे हुए x और y के मानों के लिए एक अन्य समीकरण बनाएं।

अब एक-एक कर छात्रों को उनके द्वारा बनाए समीकरण बताने के लिए आमंत्रित करें। अगर उनके समीकरण, शिक्षक के बनाए समीकरण के मान के साथ काम करे तो उसे बाएं हिस्से में लिखें। अगर नहीं, तो उसे दाएं हिस्से में लिखें। छात्रों से कहें:

- कि वे प्रत्येक समीकरण के लिए x और y के मान ज्ञात करें।
- कि उन्होंने हरेक युगपत समीकरण की जोड़ी को किस प्रकार हल किया है, उस पर चर्चा करें।

बोर्ड पर लिखे समीकरणों की दोनों सूचियों का अध्ययन करें:

- क्या कुछ जोड़ियां एक-समान हैं?
- क्या इनमें ऐसे समीकरण हैं जिन्हें किसी एक या दो समीकरणों से पाया जा सके?



विषय

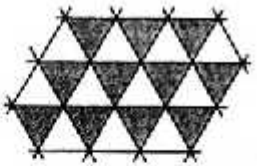
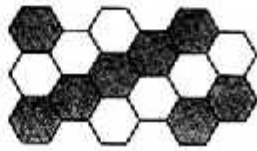
फर्श पर टाइल लगाना (Tessellation)

- टेसिलेशन में एक नमूने को बार-बार दोहराकर एक से अधिक दिशाओं में, फर्श पर टाइल जैसे चिपकाया जाता है। इसमें कोई भी स्थान खाली नहीं छूटता है।
- अर्ध-नियमित टेसिलेशन में दो नमूनों को बार-बार, एक से अधिक दिशाओं में रिक्त स्थान छोड़े बिना दोहराया जाता है।
- कोई भी नियमित आकार, तभी टेसिलेट करेगा जब, उसका आंतरिक कोण 360° का गुणनखण्ड होगा।
- अर्ध-नियमित टेसिलेशन तभी काम करते हैं जब दोनों नमूनों के आंतरिक कोणों का योग 360° होता है।

टेसिलेशन सम्बंधी खोजबीन

छात्रों को कुछ नियमित बहुभुज आकृतियां दें। उनसे मालूम करने को कहें कि

- ऐसे कौन से आकार हैं जिन्हें अकेले इस्तेमाल करके किसी सतह को पूरी तरह ढंका जा सकता है?
- ऐसे कौन से दो आकार हैं जिनसे किसी सतह को बिना रिक्त स्थान छोड़े, ढंका जा सकता है?
- कुछ आकार खुद ही टेसिलेट करते हैं जबकि कुछ किसी दूसरे आकार के साथ मिलकर। ऐसा क्यों होता है, समझाएं?



**वि
प
य**

गोले की परिधि, त्रिज्या, व्यास और क्षेत्रफल के बीच सम्बंध

- गोले की परिधि का सूत्र होता है- $2\pi r$
- गोले के क्षेत्रफल का सूत्र होता है- πr^2
- इस अभ्यास के लिए π का मान 3.14 मानें

गोलों का परीक्षण

कई प्रकार के टीन के गोल डिब्बों और अन्य गोल वस्तुओं की त्रिज्या और व्यास नापें। प्रत्येक गोल वस्तु की परिधि और उसका क्षेत्रफल भी मालूम करें।

अपने सारे नतीजों की एक तालिका बनाएं।

अब निम्न के बीच रिश्ते खोजने की कोशिश करें:

- त्रिज्या और व्यास
- त्रिज्या और परिधि
- त्रिज्या और क्षेत्रफल

त्रिज्या	व्यास	परिधि	क्षेत्रफल

आवश्यक सामान:

- गोल टीन के डिब्बे
- गोल वस्तुएं जैसे थाली, कटोरी, ढक्कन आदि
- अलग-अलग नाप के गत्ते के गोले

वि प य

भिन्न, दशमलव और प्रतिशत

भिन्न, दशमलव और प्रतिशत का परीक्षण

तीन मेजों पर दिखाए अनुसार 6 फल रखें। सभी फल एक ही तरह के हों जैसे 6 केले या 6 सेब। सभी फल देखने में लगभग एक ही नाप के हों।

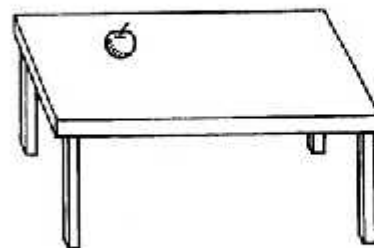
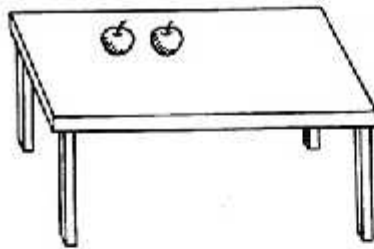
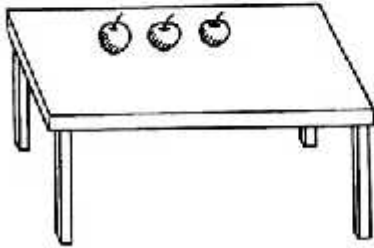
अब कक्षा के बाहर 10 बच्चों को लाइन में खड़ा करें। बच्चों से एक-एक करके कक्षा में आने को कहें। हर बच्चा उस मेज पर बैठे जहां उसे सबसे ज्यादा फल मिलने की संभावना दिखे।

बच्चों की कक्षा में दाखिल होने से पहले बाकी छात्रों से इन प्रश्नों पर चर्चा करें:

- छात्रों की राय में दाखिल होने वाले बच्चे कहां पर बैठेंगे?
- हरेक बच्चे को कितने फल मिलेंगे?
- अगर बच्चों को मेज बदलने की छूट होगी तो क्या वे मेज बदलेंगे?
- क्या सबसे पहले या सबसे अंत में जाना अच्छा होगा?
- लाइन में खड़े होने की सबसे अच्छी जगह कौन-सी होगी?

जब सभी 10 बच्चे, मेजों पर आकर बैठ जाएं, तब छात्रों से निम्न चीजें करने को कहें:

- हरेक बच्चे को कितना फल मिलेगा यह लिखें। फल की मात्रा को भिन्न और दशमलव दोनों में लिखें।
- जिस बच्चे को सबसे अधिक फल मिला हो उसकी मात्रा लिखें। यह मात्रा मेज पर मौजूद फलों की कितने प्रतिशत है यह भी लिखें।



इस गतिविधि को अन्य बच्चों के साथ भी दोहराएं। इस प्रयोग को मेज़ों की संख्या, फलों की संख्या और लाइन में खड़े बच्चों की संख्या बदलकर करें।

वि प य

रैखिक सममिति (रेखा के दोनों ओर सममिति)

- किसी सममिति वाली आकृति में हरेक बिन्दु का दर्पण-रेखा के दूसरी ओर उतनी ही दूरी पर एक प्रतिबिम्बित बिन्दु होता है।

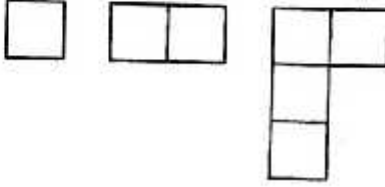
सममित आकृतियों की खोजबीन

चित्र में दिखाए अनुसार कार्ड की तीन आकृतियां बनाएं।

एक सममिति आकृति बनाने के लिए आप इन्हें, कितने अलग-अलग प्रकार से सजा सकते हैं?

आप जो भी आकृतियां बनाएं उनमें सममिति-रेखाएं अवश्य दिखाएं।

आप स्वयं तीन सरल आकृतियां खोजें और अपने मित्र से उन्हें सुलझाने के लिए कहें।



वि

अंकों के नमूने और अंकगणितीय श्रेणियां

- गणित का प्रत्येक पैटर्न एक स्थान से शुरू होता है और एक विशेष नियम के आधार पर आगे बढ़ता है।
- गणित की किसी भी श्रेणी या पैटर्न में प्रत्येक संख्या का वर्णन एक ही बीजगणित के नियम से किया जा सकता है।

प

अंकों के पैटर्न की खोजबीन

एक कागज को मोड़कर उसमें चौखानों का जाल बनाएं। अब कतार में स्थिति के अनुसार हरेक डिब्बे पर एक संख्या-लेबिल लिखें।

शुरु की कोई संख्या चुनें और उसे कतार 1 के पहले डिब्बे में रखें।

अब कोई ऐसा नियम चुनें जिनसे संख्या आगे बढ़े। उदाहरण के लिए:

- पहले वाली संख्या में 3 जोड़ें।

अब कतार में, संख्याओं के पैटर्न को भरें।

कतार 1	1	2	3	4	5	6
कतार 2	1	2	3	4	5	6
कतार 3	1	2	3	4	5	6
कतार 4	1	2	3	4	5	6

1	2	3	4	5	6
5	8	11	14	17	20

इसी प्रकार नए अंकों से शुरु करके संख्याएं बढ़ाने के नए नियम बनाएं और इस तरह अंक-पैटर्न की कई कतारें बनाएं।

1	2	3	4	5	6
10	20	30	40	50	60

हर डिब्बे पर लगे लेबिल और उस पर लिखी संख्या के बीच रिश्ता खोजें। उदाहरण के लिए:

डिब्बा	संख्या
1	10
2	20
3	30
आदि	

चौखानों वाले जाल के, हरेक दसवें डिब्बे में, अंक पैटर्न की कौन सी संख्याएं आएंगी? सौवें डिब्बे में कौन-सी? 11वें डिब्बे में कौन सी संख्या आएगी?

वि सांख्यिकीय खोजबीन: संकल्पना का परीक्षण, आंकड़ों एकत्र करना, विश्लेषण और व्याख्या

प एक सांख्यिकीय खोजबीन

य संकल्पना: कक्षा 4 में लड़कियों की सेहत लड़कों से बेहतर है।

चरण 1. रैंडम तरीके का उपयोग कर चौथी कक्षा से कोई भी 20 लड़कियां और 20 लड़के चुनें।

चरण 2. पहले यह तय करें कि आप उनकी सेहत का परीक्षण कैसे करेंगे।

उदाहरण के लिए:

- वे एक मिनट में कितनी सीढ़ियां चढ़ सकते हैं
- वे एक मिनट में कितनी बार अपने शरीर को ऊपर खींच सकते हैं
- वे एक मिनट में कितनी बार कूद सकते हैं
- 10 उठक-बैठक लगाने का समय
- गतिविधि से पहले, गतिविधि के तुरंत बाद, 1 मिनट बाद, 5 मिनट बाद, 10 मिनट बाद नाड़ी स्पंदन की गति कितनी है।

चरण 3. इस तमाम जानकारी को दर्ज करने के लिए एक सूची बनाएं।

एक सूची लड़कियों के लिए हो और वैसी ही सूची लड़कों के लिए हो।

चरण 4. इन प्रयोगों के लिए ज़रूरी सामान जैसे स्टॉप-वाच (सेकेंड की सुई वाली घड़ी)

जुटा लें। सेहत परीक्षण के लिए उपयुक्त समय और स्थान चुनें।

लड़की का नाम	सीढ़ी चढ़ना	ऊपर खींच	कूद	उठक-बैठक का समय
मेरी	23	12	17	10
ईना	22	13	12	9
सुजन				

चरण 5. प्रयोग में पाई जानकारी को दर्ज करें। परीक्षण निष्पक्ष हों, यह सुनिश्चित करें। उदाहरण के लिए लड़कों का परीक्षण तेज़ धूप में और लड़कियों का परीक्षण शाम के वक्त करना गलत होगा। प्रयोग सही हो इसके लिए प्रत्येक लड़का और लड़की समान क्रम में, समान परिस्थितियों में समान परीक्षणों से गुजरें।

चरण 6. अब अपने आंकड़ों का विश्लेषण करें। इसके लिए लड़कों और लड़कियों के कूद सम्बंधी

औसत, बहुलक (Mode), माध्यिका (Median), सीमा आदि की तुलना करें। इसी प्रकार उठक-बैठक और शरीर को ऊपर खींचने वाले परीक्षणों की भी तुलना करें।

चरण 7. आंकड़ों को पेश करने के ऐसे तरीके चुनें जिनसे लड़कियों और लड़कों की सेहत की तुलना हो सके।

चरण 8. अपनी जानकारी की व्याख्या करें। हरेक परीक्षण में लड़कों और लड़कियों के प्रदर्शन में क्या अंतर रहा? कुल मिलाकर क्या अंतर रहा?

चरण 9. कुछ निष्कर्ष निकालें।

क्या यह सच है कि कक्षा 4 की लड़कियों की सेहत, लड़कों से बेहतर है? क्या यह संकल्पना सही है या गलत है?

परीक्षण करने योग्य कुछ अन्य संकल्पनाएं

युवा लोग, बड़े लोगों की तुलना में अधिक चीनी खाते हैं।

जितना ज्यादा बड़ा हवाई जहाज होगा, वह उतनी ही अधिक देर उड़ पाएगा।

आपकी ऊंचाई, सिर की परिधि की तीन गुना होगी।

जितनी बड़ी गेंद होगी, वह उतना ही ऊंचा उछलेगी।

किसी भी संकल्पना के परीक्षण के लिए नीचे दिए सभी चरणों को योजनाबद्ध तरीके से करना होगा:

- सैंपल या नमूने का चुनाव।
 - सैंपल में आप कितने लोग, हवाई जहाज, गेंद आदि को शामिल करेंगे?
 - सैंपल का चयन कैसे करेंगे कि आपके आंकड़े निष्पक्ष हों?
- खोज का तरीका चुनें:
 - क्या इसके लिए असली जिंदगी की घटनाओं का अध्ययन करेंगे?
 - आप जिस विषय पर शोध कर रहे हैं उसके बारे में अतिरिक्त जानकारी प्राप्त करने के लिए क्या आपको पुस्तकालय जाना पड़ेगा?
 - लोग कितनी चीनी खाते हैं? एक दिन में, एक सप्ताह में, आदि जानकारी एकत्रित करने के लिए क्या आपको, उनका इंटरव्यू लेना होगा? क्या आप इसके लिए एक प्रश्न-सूची तैयार करेंगे?
 - क्या आप कुछ प्रयोग भी डिजाइन करेंगे जैसे अलग-अलग नाप की पांच गेंदों को समान ऊंचाई से फेंकना, और वे कितनी बार उछलीं उसे गिनना?
- इकट्ठी की हुई जानकारी को एक सरल तरीके से कैसे दर्ज करेंगे, यह तय करें।
- आपकी जानकारी सही और आंकड़े निष्पक्ष हों, यह सुनिश्चित करें।
- अपनी जानकारी और आंकड़ों के विश्लेषण के लिए मापदण्ड चुनें।
 - क्या आप औसत, माध्यिका या बहुलक का इस्तेमाल करेंगे?
 - क्या इसके लिए सीमा सहायक होगी?
 - क्या इसके लिए मानक विचलन (Standard Deviation) उपयुक्त होगा?
- विश्लेषण के बाद अपने आंकड़ों को पेश करने का कोई उपयुक्त तरीका सोचें?
 - क्या आप इसके लिए तालिका, बार-चार्ट, पाई-चार्ट या ग्राफ का उपयोग करेंगे?
- अपनी पूरी जांच-पड़ताल की व्याख्या करें।
- अंत में आप किसी निष्कर्ष पर पहुंचें।
 - यह संकल्पना सही थी या गलत?
 - क्या संकल्पना कभी-कभी सच भी हो सकती है?