

ग्राफ बनाना सीखने से पहले एक सरल-सा प्रयोग करो।

स्प्रिंग का खिंचना  
प्रयोग 1

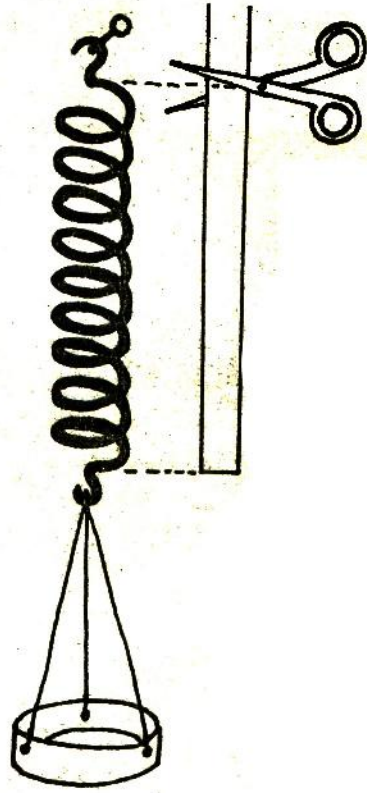
इस प्रयोग में हम यह पता लगाएँगे कि किसी स्प्रिंग के एक सिरे पर बारी-बारी से अलग-अलग वजन लटकाने से स्प्रिंग की लम्बाई किस प्रकार बदलती है। इसके लिये तुम्हें 20, 40, 60, 80, 100 व 120 ग्राम के वजन एक-एक करके स्प्रिंग से लटकाने होंगे।

यह प्रयोग करने के लिये तुम्हें कम-से-कम किन बाटों की जरूरत पड़ेगी? सोचकर इनकी सूची बनाओ। (1)

'तराजू का सिद्धांत' अध्याय में बाट बनाने का तरीका 'अपने बाट बनाओ' शीर्षक के नीचे दिया गया है। उसे पढ़कर समझो और अपनी जरूरत के अनुसार बाट बना लो।

प्रयोग शुरू करने से पहले लगभग 1 से०मी० चौड़ी कागज की कुछ लम्बी पट्टियाँ भी काटकर तैयार कर लो।

तुम्हारी किट में छोटे और लचीले स्प्रिंग हैं। ऐसा एक स्प्रिंग लो और उसे एक सिरे से कील, खूँटी या दरवाजे की साँकल से धागे से बाँधकर लटका दो। उसके दूसरे सिरे पर पुष्टे, दोने या किसी टक्कन से एक हल्का-सा पलड़ा बनाकर लटका दो (चित्र -1)।



चित्र-1

स्प्रिंग के नीचे पलड़े में 20 ग्राम का वजन डालो। स्प्रिंग में क्या परिवर्तन हुआ ? (2)

पलड़े से भार निकाल लो।

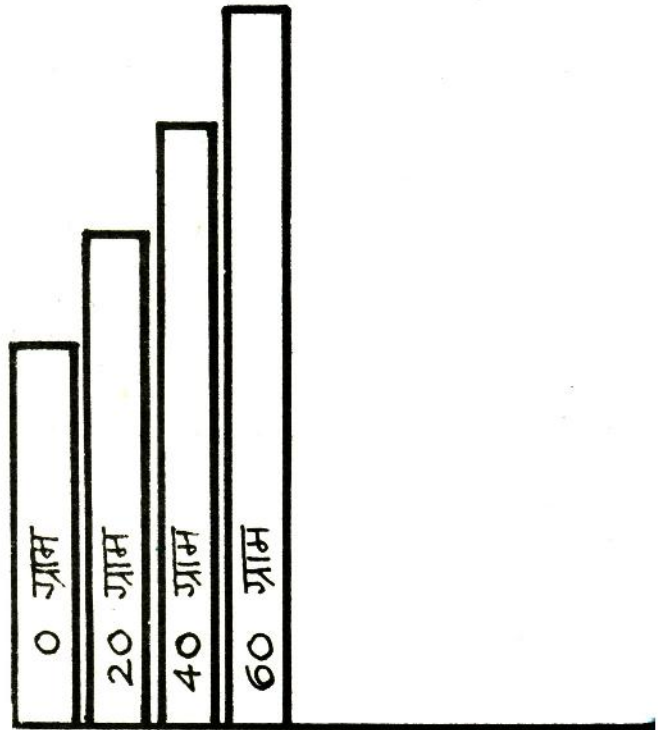
क्या स्प्रिंग अपनी पहली वाली स्थिति में वापस आ गया ? (3)

अब स्प्रिंग के दोनों सिरों के बीच की दूरी के बराबर लम्बी कागज की पट्टी काटो (चित्र-1)। इस पट्टी पर '0.ग्राम' लिख लो। इसमें यह पता चलेगा कि बिना कोई वजन लटकाये स्प्रिंग की लम्बाई कितनी थी।

अब पलड़े में फिर 20 ग्राम वजन रखो। खिंची हुई स्प्रिंग की लम्बाई के बराबर कागज की एक पट्टी फिर काट लो। पट्टी पर '20 ग्राम' लिख लो।

20 ग्राम भार लटकाने से स्प्रिंग की लम्बाई कितनी बढ़ी ? पट्टियों की लम्बाई स्केल से नापो और हिसाब लगाकर बताओ। (4)

इस क्रिया को 40, 60, 80, 100 व 120 ग्राम के वजनों के साथ दोहराओ। हर बार स्प्रिंग की लम्बाई के बराबर पट्टी काटने के बाद स्प्रिंग से लटका भार पट्टी पर जरूर लिख लेना।



चित्र-2

अपने स्प्रिंग पर किसी भी हालत में 150 ग्राम से ज्यादा वजन नहीं लटकाना और उसे 50 से०मी० से ज्यादा लम्बा नहीं खींचना, नहीं तो तुम्हारा स्प्रिंग बरबाद हो जायेगा और प्रयोग भी गड़बड़ हो जायेगा।

अब चित्र-2 में दिखाये ढंग से इन पट्टियों को एक बड़े कागज पर क्रमवार एक दूसरे से सटाकर चिपका दो। यदि तुम्हारे पास बड़ा कागज न हो तो दो कागज जोड़कर काम चलाओ। पट्टियाँ अलग से स्पष्ट दिखें इसके लिए तुम उनमें रंग भी भर सकते हो। अपने इस पट्टी-चित्र को ध्यान से देखो।

**हर बार 20 ग्राम भार बढ़ाने पर स्प्रिंग की लम्बाई पर क्या असर पड़ता है? (5)**

**इस स्प्रिंग पर लटके हुए भार के बढ़ने और उसकी लम्बाई के बढ़ने में क्या सम्बंध है? (6)**

**स्प्रिंग पर वजन के प्रभाव के बारे में तुम अपने पट्टी-चित्र से और क्या-क्या पता लगा सकते हो? कक्षा में अपने साथियों से चर्चा करके लिखो। (7)**

ऐसे पट्टी-चित्र बनाकर हम कई प्रयोग आसानी से समझ सकते हैं और उनसे निष्कर्ष निकाल सकते हैं।

पर क्या यह जरूरी है कि ऐसे हर प्रयोग में हम कागज की पट्टियाँ काटकर चिपकायें?

इस प्रयोग में तो आसानी यह थी कि हमें स्प्रिंग की लम्बाई नापनी थी। पर और दूसरे प्रयोगों में तो हो सकता है हमें लम्बाई की जगह समय, क्षेत्रफल, आयतन, भार या तापमान जैसे गुणधर्म नापने पड़ सकते हैं। उनका पट्टी-चित्र फिर कैसे बनेगा?

ग्राफ (या आलेख) भी एक प्रकार का पट्टी-चित्र ही है, परन्तु उसमें हम कागज की पट्टियाँ न चिपकाकर ग्राफ पेपर पर ही हिसाब से नापकर बिन्दु लगा लेते हैं और उन बिन्दुओं को आपस में जोड़ने वाली एक रेखा खींच लेते हैं।

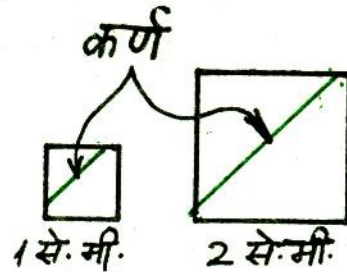
तुम्हारी किट कापी में तुम्हारे उपयोग के लिए कई ग्राफ पेपर दिये हैं। इनमें हल्की लाइनों से बने छोटे वर्गों की भुजाएँ 1 मि०मी० लम्बी हैं और मोटी लाइन से बने बड़े वर्गों की भुजाएँ 1.0 से०मी० लम्बी हैं।

जिस तरह प्रयोग 1 में तुमने पट्टी-चित्रकी मदद से स्प्रिंग पर लटके भार और स्प्रिंग की लम्बाई के बीच सम्बंध को समझा उसी तरह वैज्ञानिक अक्सर ग्राफ बनाकर ऐसे प्रयोगों को समझते हैं और ऐसे सम्बंध खोजते हैं।

आओ, एक और सरल प्रयोग की मदद से ग्राफ बनाना सीखें। पर पहले अपनी पेंसिल की नोक बना लो। तभी तुम्हारा ग्राफ साफ, सुन्दर और स्पष्ट बनेगा।

वर्ग की भुजा और कर्ण का ग्राफ प्रयोग 2

एक ग्राफ पेपर लो और उस पर 1 से०मी० भुजा का वर्ग बनाओ। अपने स्केल से उसके कर्ण की लम्बाई नापो (चित्र-3)। इसी तरह दो, तीन, चार तथा पाँच सेन्टीमीटर लम्बी भुजाओं के वर्ग बनाओ।



चित्र-3

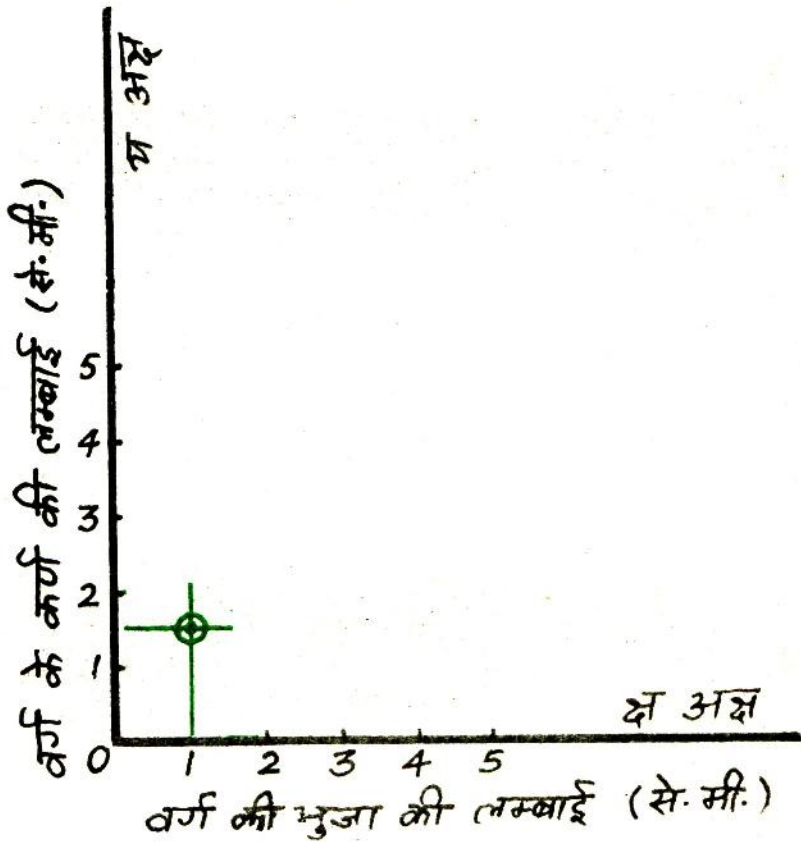
इनके कर्णों की लम्बाई नाप कर नीचे जैसी तालिका बनाकर कापी में लिखो। (8)

क्रमांक	वर्ग की भुजा की लम्बाई	वर्ग के कर्ण की लम्बाई
1.	1 से०मी०	..... से०मी०
2.	2 से०मी०	.....
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.

## ग्राफ के अक्ष बनाओ

तुमने 'नक्शा बनाना सीखो' अध्याय में कार्तीय निर्देशांक दिखाने के लिए क्ष-अक्ष और य-अक्ष बनाये थे।

ग्राफ बनाने के लिए भी उसी तरह से क्ष - और य-अक्ष ग्राफ पेपर पर बनाओ। अपना मूलबिन्दु ग्राफ पेपर के निचले बाएँ कोने में बनाना। हम क्ष-अक्ष पर वर्ग की भुजा की लम्बाई और य-अक्ष पर वर्ग के कर्ण की लम्बाई दिखायेंगे। तुमने दोनों लम्बाइयाँ सेन्टीमीटर की इकाई में ही नापी हैं। यह जानकारी अपने ग्राफ में दिखाने के लिए क्ष-अक्ष के नीचे 'वर्ग की भुजा की लम्बाई (से०मी०)' और य-अक्ष के साथ 'वर्ग के कर्ण की लम्बाई (से०मी०)' लिखो (चित्र-4)।



चित्र-4

मूलबिन्दु से क्ष-अक्ष पर एक-एक सेन्टीमीटर की दूरी पर निशान लगाकर 1, 2, 3.....लिख लो। यही क्रिया य-अक्ष पर भी करो।

ग्राफ के बिन्दु कैसे लगायें ?

अब ऊपर बनाई तालिका के अवलोकन क्रमांक 1 के अनुसार क्ष-अक्ष पर 1.0 से०मी० के निशान से य-अक्ष के समान्तर लाइन खींचो। य-अक्ष पर वर्ग के कर्ण की लम्बाई का निशान लगाओ और उससे क्ष-अक्ष के समान्तर लाइन खींचो। जहाँ ये लाइनें एक दूसरे को काटें वहाँ पेंसिल से एक बिन्दु लगाकर उसे एक छोटे गोले से घेर दो (चित्र-4)।

अब तालिका के क्रमांक 2 के अवलोकन लो। अवलोकन में वर्ग की भुजा और कर्ण की लम्बाइयों के अनुसार क्ष- और य-अक्ष के समान्तर पहले जैसी लाइनें खींचो। इन लाइनों के कटान बिन्दु पर भी पहले जैसा निशान लगा लो।

इसी तरह तालिका के बाकी अवलोकनों के भी निशान लगा लो।

अब पहले कटान बिन्दु को दूसरे कटान बिन्दु से एक सीधी लाइन से जोड़ दो। इसी तरह दूसरे कटान बिन्दु को तीसरे से, तीसरे को चौथे से और चौथे को पाँचवे से जोड़ दो।

अब तुम्हारा ग्राफ तैयार है।

तुम्हारे ग्राफ की लाइन कैसी है ? सीधी, तिरछी या टेढ़ी-मेढ़ी ? (9)

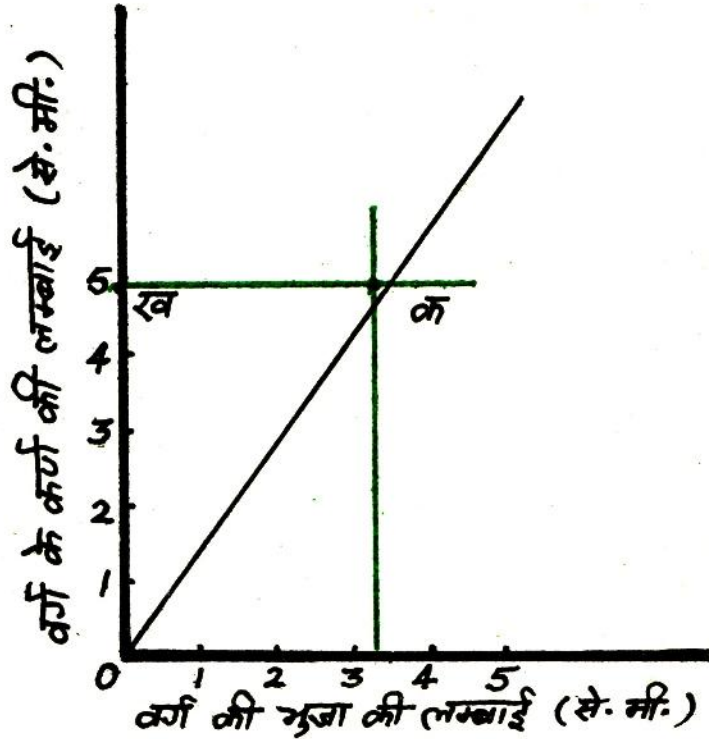
ग्राफ की लाइन को स्केल की मदद से दोनों छोरों से और आगे लम्बा कर दो।

ग्राफ को अपनी कापी में लगा लो। (10)

आओ, अब इस ग्राफ को समझने की कोशिश करें।

एक 3.5 से०मी० भुजा वाले वर्ग के कर्ण की लम्बाई कितनी होगी ? यह तुम अपने ग्राफ से पता कर सकते हो। क्ष-अक्ष पर 3.5 से०मी० के निशान से य-अक्ष के समान्तर एक रेखा खींचो। यह रेखा ग्राफ की लाइन को किसी एक बिन्दु पर काटेगी। इस बिन्दु को 'क' नाम दो (चित्र-5)।

'क' से क्ष-अक्ष के समान्तर एक और रेखा खींचो जो य-अक्ष को किसी एक बिन्दु पर काटेगी। इस बिन्दु को 'ख' नाम दो।



चित्र-5

'ख' बिन्दु की मूलबिन्दु से दूरी 3.5 से०मी० भुजा वाले वर्ग के कर्ण की लम्बाई होगी।

बताओ, यह लम्बाई कितनी है ? (11)

क्या तुम अपने ग्राफ से 5 से०मी० से अधिक भुजा वाले वर्ग के कर्ण की लम्बाई बता सकते हो ? यदि हाँ, तो कैसे ? (12)

10 से०मी० भुजा वाले वर्ग के कर्ण की लम्बाई पता करने के लिए क्ष-अक्ष पर 10 से०मी० का निशान ढूँढो। पहले की तरह इस निशान से य-अक्ष के समान्तर लाइन खींचो। ग्राफ की बढ़ी हुई



रेखा और इस लाइन के कटान बिन्दु से क्ष-अक्ष के समान्तर एक और लाइन खींचो। यह लाइन य-अक्ष को उस वर्ग के कर्ण की लम्बाई के निशान पर काटेगी।

10 से०मी० भुजा वाले वर्ग के कर्ण की लम्बाई कितनी है ? (13)

3.5 से०मी० और 10 से०मी० भुजा वाले वर्ग बनाकर उनके कर्ण नापो।

क्या ये नाप और ग्राफ से मिले उत्तर बराबर हैं ? (14)  
यदि नहीं, तो कहाँ गलती हुई होगी ? पता लगाकर सुधारो। (15)

4 से०मी० लम्बे कर्ण वाले वर्ग की भुजा की लम्बाई ग्राफ से कैसे पता करोगे ? पूरा तरीका समझाओ। (16)  
तुम्हारे ग्राफ के अनुसार ऐसे वर्ग की भुजा कितनी लम्बी होनी चाहिए ? (17)

अपने उत्तर के अनुसार वर्ग बनाकर उसका कर्ण नापो।

क्या इस वर्ग के कर्ण की लम्बाई 4 से०मी० है ? यदि नहीं, तो अपनी गलती ढूँढो। (18)

8.5 से०मी० लम्बे कर्ण वाला वर्ग बनाने के लिए उसकी भुजा कितनी लम्बी रखनी पड़ेगी ? ग्राफ से पता लगाओ। (19)

अपने उत्तर की पुष्टि वर्ग बनाकर करो।

क्या तुम्हारे ग्राफ की रेखा मूलबिन्दु पर से गुजरती है ? (20)

इसका क्या कारण हो सकता है ? सोचकर बताओ। (21)

### स्प्रिंग का ग्राफ प्रयोग 3

अगर तुम प्रयोग 2 में बताया ग्राफ बनाने का तरीका समझ गये हो तो स्प्रिंग का ग्राफ आसानी से बना सकते हो।

स्प्रिंग के खिंचाव के प्रयोग 1 के अवलोकन कागज की पट्टियों की लम्बाइयाँ नापकर अपनी कापी में नीचे जैसी तालिका बनाकर लिख लो। (22)

क्र०	स्प्रिंग पर लटका भार	स्प्रिंग की लम्बाई	लम्बाई में वृद्धि
1.	0 ग्रा०	.... से०मी०	—
2.	20 ग्रा०	....	.... से०मी०
3.	40 ग्रा०	....	....
4.	60 ग्रा०	....	....
5.	80 ग्रा०	....	....
6.	100 ग्रा०	....	....
7.	120 ग्रा०	....	....

पिछले प्रयोग की तरह पहले अपने ग्राफ पेपर पर क्ष - और य-अक्ष बना लो।

### अक्ष कैसे चुनें

अब सवाल यह है कि स्प्रिंग पर लटके भार को किस अक्ष पर दिखाया जाये ? इसका एक सीधा-साधा नियम है। क्ष-अक्ष पर वह नाप दिखाया जायेगा जिसके बदलने के कारण दूसरे नाप में परिवर्तन हो रहा है। इस प्रयोग में स्प्रिंग पर भार बदलने से उसकी लम्बाई बदल रही है। इसलिए हम स्प्रिंग पर लटके भार को क्ष-अक्ष पर ही दिखायेंगे और स्प्रिंग की लम्बाई को य-अक्ष पर।

**अक्ष पर नाप लिखो**

दोनों अक्षों पर उनपर दिखाये जाने वाले नाप का नाम और नापने की इकाई लिख लो—क्ष-अक्ष के नीचे 'स्प्रिंग पर लटका भार (ग्राम)' और य-अक्ष के साथ 'स्प्रिंग की लम्बाई (से० मी०)'।

**पैमाना चुनना**

तुम्हें याद होगा कि 'नक्शा बनाना सीखो' अध्याय में नक्शे पर दूरी दिखाने के लिए हमने एक पैमाना चुन लिया था। पैमाने की मदद से ही हम खेत की लम्बी दूरियाँ अपने नक्शे पर दिखा पाये थे।

यहाँ भी क्ष-अक्ष पर भार और य-अक्ष पर स्प्रिंग की लम्बाई दिखाने के लिए हमें पैमाना चुनना पड़ेगा।

**तुम्हारे ग्राफ पेपर पर क्ष-अक्ष की लम्बाई कितनी है ? (23)**

**स्प्रिंग पर तुमने अधिकतम कितना भार लटकाया था ? (24)**

मान लो कि क्ष-अक्ष की लम्बाई 15 से०मी० है और स्प्रिंग पर अधिकतम भार तुमने 120 ग्रा० लटकाया था।

अगर हम अक्ष पर 1 से०मी० को 5 ग्रा० के बराबर मान लें तो 120 ग्रा० का निशान मूलबिन्दु से 24 से०मी० दूर पड़ेगा और ग्राफ पेपर पर नहीं आ पायेगा।

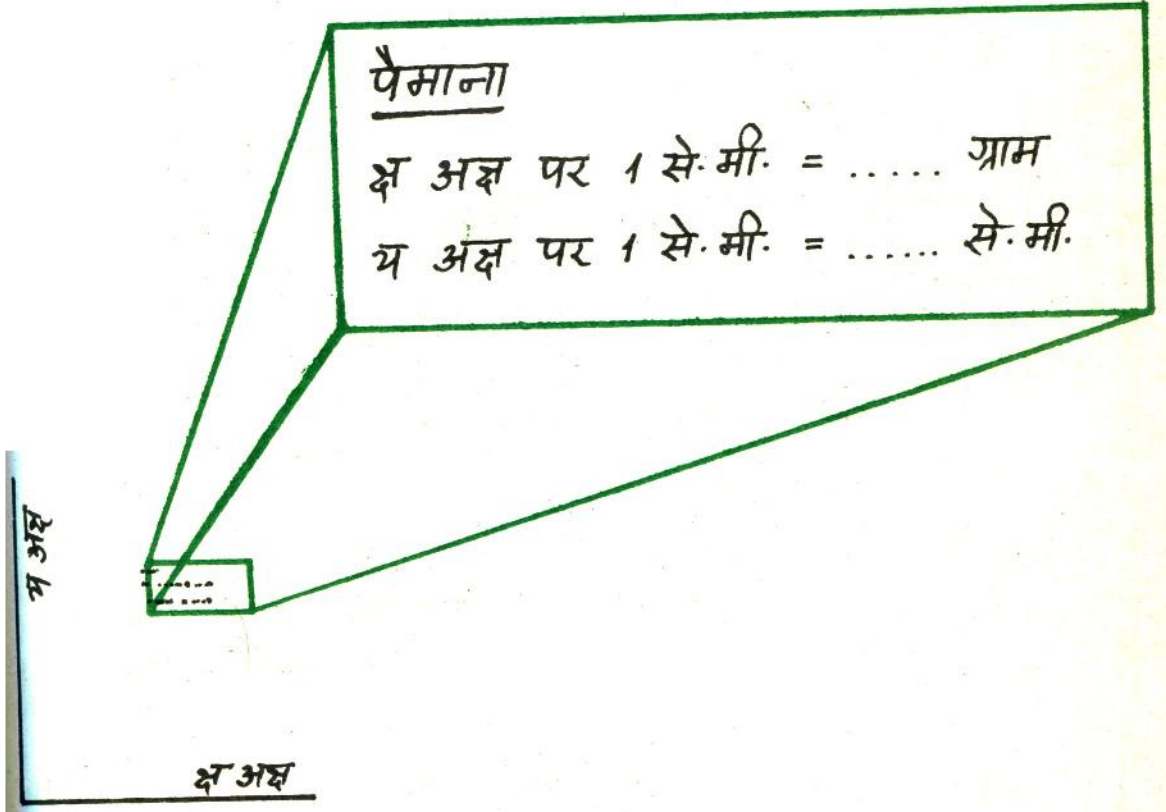
अगर इस अक्ष पर 1 से०मी० को 10 ग्रा० के बराबर मान लें तो 120 ग्रा० का निशान 12 से०मी० की दूरी पर लगेगा और तुम्हें हिसाब करने में भी आसानी होगी।

अगर हम अक्ष पर 1 से०मी० को 12.5 ग्रा० के बराबर मान लें तो तुम्हारा ग्राफ सिकुड़ जायेगा और हिसाब करने में भी घंटों लगेंगे।

इसलिए पैमाना चुनते समय तीन बातों का ध्यान रखो :

- (1) पैमाना ऐसा चुनो कि तुम अपना सबसे बड़ा नाप भी ग्राफ पेपर पर दिखा सको।
- (2) पैमाना ऐसा चुनो कि तुम्हारा ग्राफ पूरे ग्राफ पेपर पर फैला हुआ बने ताकि उसे समझने में आसानी हो।
- (3) पैमाना ऐसा चुनो कि हिसाब करने में आसानी हो।

इन तीन नियमों को ध्यान में रखते हुए क्ष-अक्ष पर भार दिखाने के लिए और य-अक्ष पर स्प्रिंग की लम्बाई दिखाने के लिए पैमाना चुनो। अपने चुने हुए पैमाने को ग्राफ पेपर के एक कोने में चित्र-6 में दिखाये ढंग से लिख लो।



चित्र-6

अक्षों पर निशान लगाओ

अब दोनों अक्षों पर एक-एक सेन्टीमीटर की दूरी पर निशान लगा लो। क्ष-अक्ष पर अपने पैमाने के अनुसार हर निशान का भार उसके नीचे लिख लो।

ऐसे ही य-अक्ष पर भी हर निशान पर पैमाने के अनुसार स्प्रिंग की लम्बाई लिख लो।

यह जरूरी नहीं है कि हर सेन्टीमीटर के निशान पर उसका भार या लम्बाई लिखी जाये। तुम अपनी सुविधा के अनुसार केवल हर दूसरे, तीसरे, चौथे या पाँचवे निशान पर ऐसा कर सकते हो।

**ग्राफ के बिन्दु ढूँढना**

अब अपनी तालिका में लिखे पहले अवलोकन को लो। उसके भार का निशान क्ष-अक्ष पर और स्प्रिंग की लम्बाई का निशान य-अक्ष पर ढूँढ लो। प्रयोग 2 में सीखे ढंग से अक्षों के समान्तर लाइनें खींच कर उनका कटान बिन्दु पता लगाओ। कटान बिन्दु पर पेंसिल से निशान लगाकर गोले से घेर दो।

अगर तुम्हें कटान बिन्दु ढूँढने का काफी अभ्यास हो गया है तो समान्तर लाइनें खींचे बगैर ही तुम यह कर सकते हो। कुछ समय के बाद तुम्हें ये लाइनें खींचने की जरूरत नहीं रहनी चाहिए।

इस ढंग से सब अवलोकनों के बिन्दु ग्राफ पेपर पर बना लो।

**ग्राफ की लाइन खींचना**

ग्राफ को पूरा करने के लिए क्रमवार बिन्दुओं को सीधी लाइनों से जोड़ दो।

**तुम्हारे ग्राफ की रेखा कंसी है ? (25)**

शायद तुम्हारे ग्राफ की रेखा एकदम सीधी न होकर थोड़ी टेढ़ी-मेढ़ी हो।

क्या तुम्हें लगता है कि कई जगह ग्राफ में अगर बिन्दु थोड़ा ऊपर-नीचे होते तो वहाँ पर ग्राफ की रेखा एकदम सीधी बन सकती थी ? (26)

तुम्हारे नाप में कुछ घट-बढ़ तो जरूर हुई होगी।

इसको ध्यान में रखते हुए बिन्दुओं से थोड़ा हटकर क्या उनके बीच से इस हिस्से में एकदम सीधी रेखा का ग्राफ खींचना उचित होगा ? आपस में चर्चा करके उत्तर दो। (27)

अपनी चर्चा के निष्कर्षों के अनुसार अपने ग्राफ को सुधार कर कापी में लगा लो। (28)

**ग्राफ से बताओ**

अगर स्प्रिंग पर 62 ग्रा० भार लटका हो तो उसकी लम्बाई कितनी होगी ? ग्राफ से पता करो। (29)

स्प्रिंग को 20.5 से०मी० लम्बा खींचने के लिए उससे कितना भार लटकाना पड़ेगा ? (30)

अगर स्प्रिंग पर 140 ग्रा० भार लटका हो तो क्या तुम ग्राफ से बता सकते हो कि उसकी लम्बाई कितनी होगी ? आपस में चर्चा करके उत्तर दो। (31)

क्या तुम्हारे ग्राफ की लाइन मूलबिन्दु से गुजरती है ? ऐसा क्यों है ? (32)

### अभ्यास 1

प्रयोग 3 का ग्राफ तुमने स्प्रिंग की लम्बाई लेकर बनाया। अब स्प्रिंग की लम्बाई में वृद्धि के परिणाम अपनी तालिका के आखिरी खाने में से लेकर एक और ग्राफ बनाओ।

इस ग्राफ में और पहले ग्राफ में क्या समानतायें हैं और क्या अन्तर ? (33)

यह ग्राफ मूलबिन्दु से क्यों गुजरता है ? (34)

### अभ्यास 2

नीचे दी गई तालिका में एक बछिया की उम्र तथा उसका भार दिया है। बछिया की उम्र और भार का ग्राफ बनाओ।

बछिया की उम्र (महीने)	0	1	2	3	4	5	6
बछिया का भार (कि० ग्रा०)	20	32	44	56	74	92	110

ग्राफ पर सभी बिन्दुओं को एक सीधी रेखा से जोड़ने की कोशिश करो। (35)

यदि ऐसा न हो सके तो दो सीधी रेखाएँ खींचने की कोशिश करो जिससे सब बिन्दु इन रेखाओं पर आ जाएँ। (36)

दोनों रेखाओं के कटान बिन्दु से पहले और बाद बछिया की वृद्धि में क्या अन्तर है ? (37)

क्या ग्राफ मूलबिन्दु से गुजरता है ? यदि नहीं, तो इसका क्या मतलब है ? (38)

इस अध्याय में तुमने जो भी ग्राफ बनाये उनकी आकृतियाँ सीधी या सरल रेखा थीं। परन्तु यह जरूरी नहीं है कि सभी ग्राफ सीधी या सरल रेखा ही हों। तुम 'वृद्धि' और 'आकाश की ओर—1' अध्यायों में ऐसे ग्राफ बनाओगे जो वक्र रेखा होंगे। ग्राफ का विज्ञान बहुत गहरा है। इसे और गहराई से समझने के लिए तुम आठवीं कक्षा में विभिन्न आकृतियों के ग्राफ बनाने के कुछ और प्रयोग व अभ्यास करोगे।