

शून्य की भी चाल अजब

शून्य की भी चाल अजब
करता है यह खूब गजब
हो नहीं जब कुछ भी पास तुम्हारे,
बोलो मेरे पास शून्य चीज़ है प्यारे
दे जाए कोई गर शून्य चीज़ और
या ले जाए तुम्हारी शून्य चीज़ कभी
नहीं अंतर पड़ता कोई जनाब
बदलता नहीं आपका असबाब
जो भी शून्य से गुणा करना चाहे
उत्तर में भी शून्य ही पाए
और अगर कहीं भाग कर डाला
तो निकल जाएगा आपका दिवाला
संख्या में स्थान इसका है निश्चित
बदलो स्थान तो करेगा किट-किट
स्थान बदलो तो मान बदलता
इधर करो तो संख्या है बढ़ती
उधर हटाओ तो बौनी है पड़ती
कम नहीं है किसी से इसका काग
चले न गणित में बिना इसके काम

शून्य यानी कुछ नहीं। फिर इस संख्या या अंक की जल्दत
क्या है? इसकी आवश्यकता के बारे में सोचो व आपस में
चर्चा करो।

वैसे शून्य वाकी अंकों के बाद ही खोजा गया, ऐसा माना
जाता है। यह भी माना जाता है कि शून्य की अवधारणा और
इसका उपयोग सबसे पहले भारत में ही हुआ।

शून्य के गुण

$$\begin{array}{rcl} 0 \times 5 & = & 0 \\ 0 \times 7 & = & \\ 0 \times 127 & = & \\ 0 \times 546 & = & \end{array}$$

इसके लिए एक-एक इवारत
बनाओ और समझाओ कि शून्य से
किसी संख्या को गुणा करने
पर उत्तर शून्य ही क्यों आता है।

एक व्यक्ति ने शून्य के बारे में बोलते हुए कहा 'शून्य हो
तो है प्लेट खाली।' इसका क्या मतलब है? अपने उत्तर को
चित्र में दिखाओ।

जोड़ दो तो वैसे का वैसा' और 'घटाओ तो भी फरक न
आए।'

संख्या में शून्य का स्थान बदलने से क्या होता है?

'इधर करो तो संख्या है बढ़ती' में इधर करने का क्या
अर्थ है?

'उधर करो तो बौनी है पड़ती' में उधर करने का क्या
मतलब है?

भाग

शून्य से भाग करो। इस बात का क्या मतलब हो सकता है?

शून्य से भाग देने का अर्थ समझने की बोशिष्य करें। 12 को 2 से भाग देने का अर्थ है, 12 चीजों

को 2-2 चीजों के समूह में बाँटना। कितने समूह बनेंगे?

अब 12 चीजों को 0-0 के समूह के बाँटने का प्रयास करो। कितने समूह बनेंगे? क्या कभी
तुम्हारे समूह बनना खत्म होंगे?

क्या तुम इस सवाल का उत्तर दे सकते हो, कि $12 \div 0 = ?$

शून्य से भाग देने में हमेशा यही स्थिति बनती है। जितने चाहो उतने ही समूह बनाओ।

हल करो

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 0 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 0 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 0 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 0 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 0 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 4 \\ \times 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 0 \\ \times 2 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 0 \\ \times 4 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 4 \\ \times 5 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 0 4 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 0 7 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 0 3 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 0 0 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 0 0 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 0 0 \\ - 2 \\ \hline \end{array}$$

गुणा – विस्तारित रूप में

सं. द. इ.	सं. द. इ.	सं. द. इ.	सं. द. इ.
2 0 0	3 0	6	2 3 6
$\times 4$	$\times 4$	$\times 4$	$\times 4$
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
8 0 0	1 2 0	2 4	2 4
<hr/>			(4 x 6)
			1 2 0
			(4 x 30)
			8 0 0
<hr/>			(4 x 200)
			9 4 4
			(4 x 236)

$$\begin{array}{r} \text{सं.} \\ 2 \\ \times \\ \hline 4 \\ \text{इ.} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{सं.} \\ 1 \\ \times \\ \hline 8 \\ \text{इ.} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (3 \times 5) \\ (3 \times 40) \\ (3 \times 200) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (5 \times 7) \\ (5 \times 80) \\ (5 \times 100) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times \\ \hline 5 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times \\ \hline 1 \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times \\ \hline 1 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

हल करो

$$\begin{array}{r}
 36 & 18 & 32 & 38 & 467 \\
 +45 & +26 & +35 & +14 & + \underline{626} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 36 & 47 & 24 & 47 & 46 \\
 -23 & -24 & -13 & -13 & \underline{+54} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 35 & 43 & 16 & 36 & 573 \\
 -19 & -18 & -8 & -29 & \underline{+334} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13 & 16 & 12 & 23 & 35 \\
 \times 8 & \times 7 & \times 4 & \times 3 & \times 17 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$14 + 33 =$$

मजेदार बात

$$9 + 18 =$$

$$14 + 33 =$$

$$33 + 14 =$$

$$33 + 14 =$$

$$27 + 17 =$$

यानी 33 पहले लिखो या 14

$$18 + 9 =$$

जोड़ने पर वही उत्तर आता है। है न मजेदार बात।

$$19 - 13 =$$

ऊपर के सवालों में क्या कोई और भी ऐसा उदाहरण है?

$$128 - 16 =$$

जोड़ के बाकी सवालों में, दो संख्याओं का क्रम उलटकर भी जोड़ो। क्या देखा?

$$168 + 235 =$$

यह जोड़ का एक गुण है।

$$287 + 512 =$$

● क्या घटाते समय भी संख्याओं का क्रम उलटकर घटाने पर वही उत्तर आएगा? करके देखो।

$$335 + 458 =$$

$$786 - 273 =$$

सवाल एक तरीके अनेक

छुटकी और मुट्कु भाई-बहन थे। उनके घर खूब सारे चूहे हो गए थे। उनकी माँ ने उन्हें चूहामार दवा लाने के लिए बाजार भेजा। उनके घर में 1 कमरे थे, हर कमरे के लिए 2-2 गोलियां और आंगन के लिए 4 गोलियां चाहिए थीं। यानि कुल गोलियां।

छुटकी और मुट्कु दुकानदार के पास पहुंचे। मुट्कु ने पूछा "चूहामार दवा की एक गोली कितने की है?"
दुकानदार ने कहा "आठ पैसे की"

मुट्कु हिसाब लगाने लगा। आठ एकम् आठ; आठ दूनी सोलह...। वो 'आठ पंजे चालीस' तक ही पहुंचा था कि छुटकी ने कहा, "96 पैसे हुए। मुट्कु सेठ को एक रुपया दे दो।"

मुट्कु झल्लाया - "रुक जा। बस ऐसे ही कह दिया 96 पैसे। हिसाब में गड़बड़ हुई तो अम्मा से अच्छी डांट पड़ेगी।"
दुकानदार ने कहा "छुटकी ने ठीक हिसाब लगाया है। फिर भी, तुम पहाड़े से हिसाब लगा कर देख ही लो।"

मुट्कु ने फिर शुरू किया "आठ एकम् आठ"; 8 बारह 96। अरे, छुटकी ने सही हिसाब किया था! पर उसने इतनी जल्दी कैसे कर लिया?" मुट्कु ने एक रुपया दिया और पैसे वापस लिए।

घर लौटते समय मुट्कु ने छुटकी से पूछा "तूने इतनी जल्दी कैसे पता कर लिया?"

छुटकी ने कहा "बहुत आसान है। हमें 12 गोलियां चाहिए थीं। 10 और दो मिलाकर 12 हुए। तो 8 को पहले 10 से गुणा किया और फिर 2 से, फिर दोनों को जोड़ दिया।"

छुटकी का हल :

किसी भी अंक को यदि 10 से गुणा करते हैं तो उसमें 0 और लगाना पड़ता है।

$$8 \times 10 = 80 \quad 8 \times 2 = 16 \quad 80 + 16 = 96$$

मुट्कु ने कहा "इसका मतलब है सभी पहाड़े आना ज़रूरी नहीं।"

रास्ते में छुटकी को सहेली सायना मिल गई। उसको भी छुटकी और मुट्कु ने यही बात बताई। सायना उन दोनों से छोटी थी। उसने कहा "मुझे तो बस 2,3,5 व 10 के पहाड़े आते हैं। पर मैं कोई भी गुणा कर लेती हूं।"

सायना ने यह सवाल (13×7) ऐसे हल किया —

$$13 = 10 + 3$$

$$\text{इसलिये } 13 \times 7 = 10 \times 7 + 3 \times 7 = 70 + 21 = 91$$

मुट्कु ने कहा "इसे ऐसे भी हल कर सकते हैं।"

$$7 = 5 + 2$$

$$\text{इसलिये } 13 \times 7 = 13 \times 5 + 13 \times 2 = 65 + 26 = 91$$

"हो गया सवाल!"

$$7 = 10 - 3$$

इसलिए $13 \times 7 = 13 \times 10 - 13 \times 3 = 130 - 39 = 91$

तुम 13×7 करने के और तरीके ढूँढो। कितने तरीके ढूँढ पाए? कौन से तरीके ज्यादा आसान लगे?

- अब नीचे दिए गए सवालों को भी अलग-अलग तरीकों से हल करो।

पहले केवल 2, 3, 5 और 10 के पहाड़ों का उपयोग करो। ये पहाड़े सब से आसान हैं।

$$37 \times 7 =$$

$$35 \times 12 =$$

$$47 \times 15 =$$

$$56 \times 9 =$$

(मदद - किसी संख्या का यदि एक से गुणा किया जाये तो उतना ही आता है जैसे $56 \times 1 = 56$)

- अब और भी पहाड़ों का उपयोग करके कई तरीकों से गुणा करो। एक दूसरे को सवाल दो और देखो कि कौन जल्दी करता है। फिर तरीके मिलाकर देखो।

- जोड़ के सवालों को भी कई तरीकों से किया जा सकता है। जैसे - यदि 154 और 265 को जोड़ना है तो

$$154 = 100 + 50 + 4$$

$$\underline{265 = 200 + 60 + 5}$$

$$419 = 300 + 110 + 9 = 410 + 9 = 419$$

इन सवालों को भी इसी तरह जोड़ कर हल करो।

(क) $828 + 961$ (ख) $542 + 453$ (ग) $726 + 548$ (घ) $368 + 556$

दोनों तरीकों से हल करके देखो। क्या बराबर उत्तर आया? ऐसे और सवाल बनाकर देखो।

एक नयी बातः 13×7 मालूम करने के लिए हमने $10 \times 7 + 3 \times 7$ को पता किया। इसका अर्थ है कि दो संख्याओं को जोड़ के एक संख्या से गुणा करने पर वही उत्तर आता है जो इन संख्याओं को अलग-अलग उसी संख्या से गुणा कर गुणनफल जोड़ने पर आता है।

जैसे $5 \times 8 = 5 \times 4 + 5 \times 4$

भानी $5 \times 8 = 40$ और $5 \times 4 = 20$, इसलिए 20 और 20 को जोड़ने पर 40 मिलेगा।

यह बस्तु इनमें भी जांचो -

$$7 \times 17$$

$$13 \times 12$$

$$23 \times 9$$

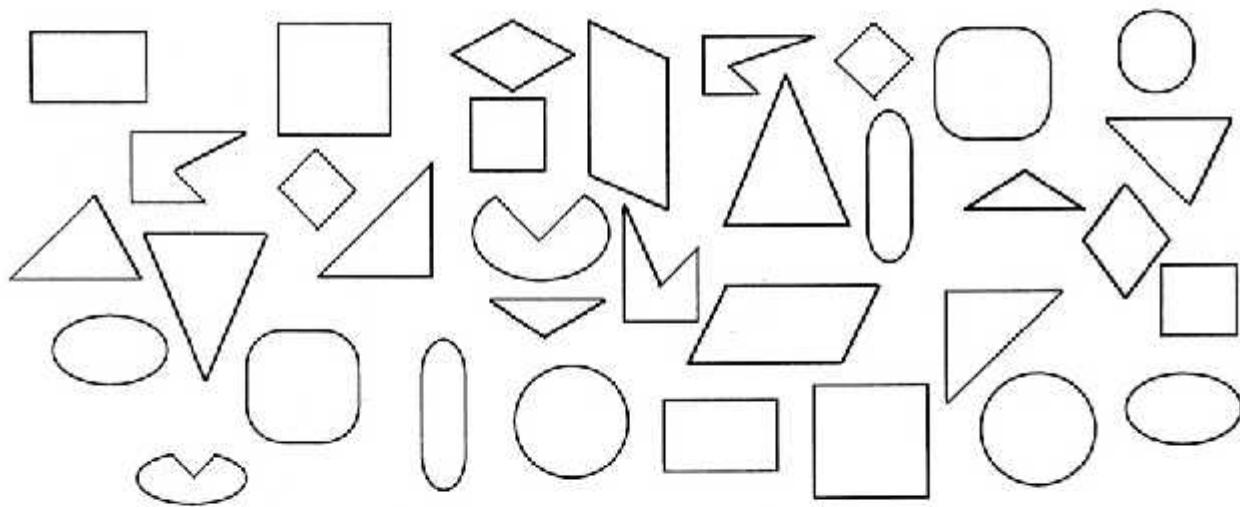
$$14 \times 8$$

- इस कहानी में कई जगह '—' का चिह्न लगा है। यह चिह्न किसी के द्वारा बोले गए हिस्से को दिखाने के लिए लगाया जाता है। इस कहानी में यह कहाँ-कहाँ लगाये गए हैं? किस-किस का बोलना इनसे दिखाया गया है?

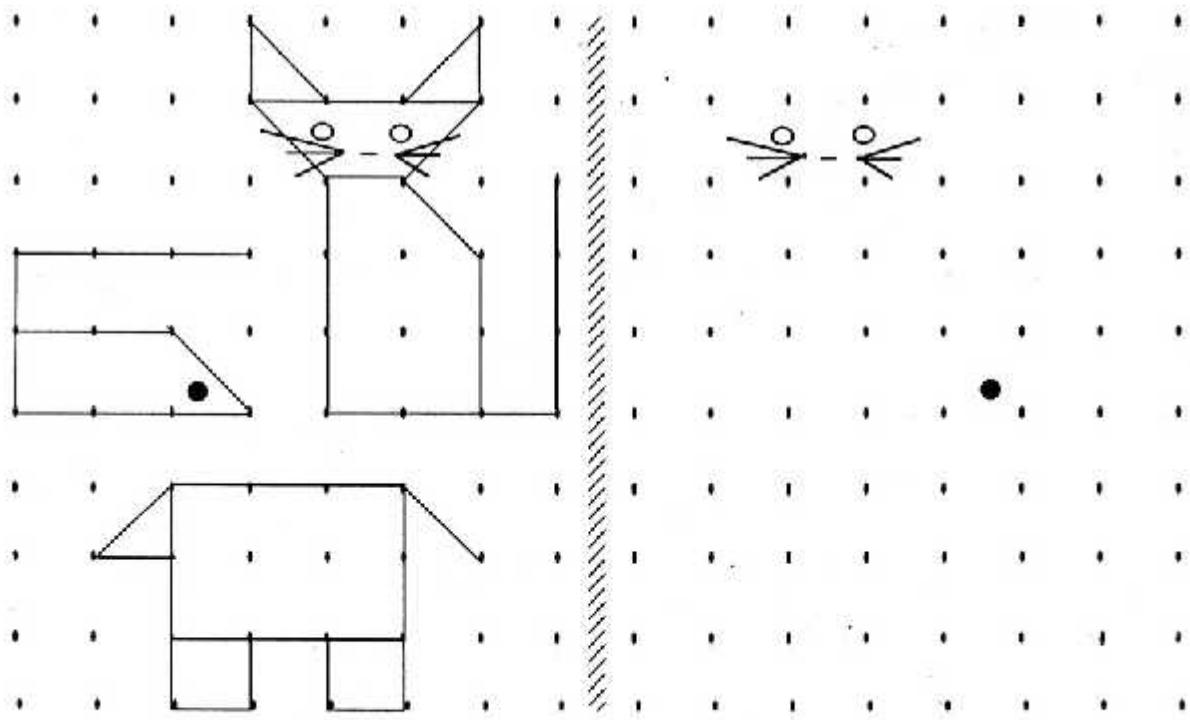
- यद्यपि तुम ऐसे पांच वाक्य लिख सकती हो जिनमें इस चिह्न का उपयोग हो? कापी में लिख कर बहनजी को दिखाओ।

आकृतियों के खेल

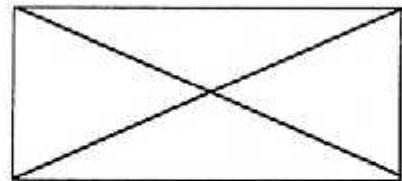
1. इनमें से कौन-सी आकृतियाँ बिलकुल एक दूसरे के समान हैं? घुमाकर, उलटा कर, किसी भी तरह से एक दूसरे पर रखने से यदि आकृतियों की सभी लाइनें मिल जाएँ तो आकृतियाँ एक जैसी हैं। इन आकृतियों में हूँड़ों कि कौन-कौन सी आकृतियाँ समान हैं। समान आकृतियों पर समान ही निशान लगाओ।



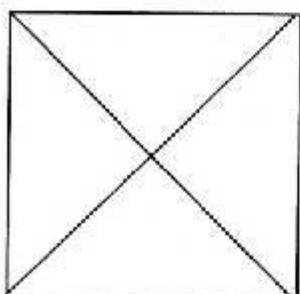
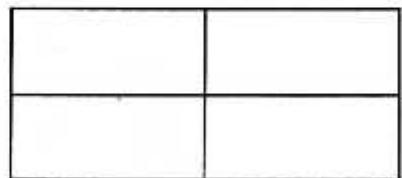
2. दिखाई गई जगह पर दर्पण रख कर उसमें नीचे दी गई आकृतियों को देखो। इनके चित्र दर्पण में कैसे दिखाई देते हैं? दूसरी ओर दी गई बिन्दियों पर बनाओ।



दाईं ओर एक आयत बना है। इसके विपरीत कोनों को जोड़ने वाली दोनों रेखाओं को नापो। क्या ये बराबर हैं ?

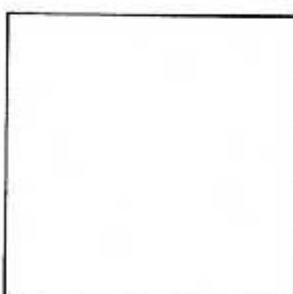


आयत की विपरीत भुजाओं को एक सरल रेखा से जोड़ो। क्या ये दोनों रेखाएँ बराबर हैं?



यहाँ एक वर्ग बना है।

इसके विपरीत कोनों को जोड़ने वाली रेखाएँ नापो। क्या ये बराबर हैं?



अब इस वर्ग की विपरीत भुजाओं को एक-एक सरल रेखा से जोड़ो। क्या ये दोनों रेखाएँ बराबर हैं?

क्या सभी वर्गों में यही होगा? कर के देखो,

क्या तुम वर्ग और आयत में कुछ अंतर और समानताएँ ढूँढ़ सकते हो? जो तुम्हें मिलीं वो लिखो।

अन्तर

समानता

नीचे दी गई तालिका में कुछ चित्र दिए गए हैं। इनमें से दो चित्र ऐसे हैं जो एक ही बार आए हैं। इन चित्रों को पहचानो।

