

भिन्न : कौन-सा बड़ा?

हमने चौकोर के टुकड़े करके यह देखा था कि यदि हम एक चौकोर के 3 टुकड़े करें और उसमें से 1 टुकड़ा लें तो यह टुकड़ा इसी वर्ग के 15 टुकड़े करके उसमें से 5 लेने के बराबर होगा। इससे हमने यह पाया था कि

$$\frac{2}{5} > \frac{1}{3} \text{ क्योंकि } \frac{2}{5} = \frac{6}{15} \text{ और } \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$$

$$\frac{1}{2} > \frac{3}{7} \text{ क्योंकि } \frac{1}{2} = \frac{7}{14} \text{ और } \frac{3}{7} = \frac{6}{14}$$

$$\frac{3}{4} > \frac{2}{3} \text{ क्योंकि } \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \text{ और } \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

$\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$ का मतलब है
 $\frac{2}{5}$ बड़ी है और
 $\frac{1}{3}$ उससे छोटी।

इससे एक तरीका निकलता है। उस तरीके के सहारे हम बता सकते हैं कि दो भिन्नों में से कौन-सी संख्या बड़ी है। जैसे $\frac{3}{5}$ और $\frac{1}{2}$ में से कौन सी बड़ी है?

* पहले दोनों भिन्नों के हर का गुणनफल निकालो। भिन्नों के हर है, 5 एवं 2 और गुणनफल 10

- अब पहले भिन्न के बराबर एक ऐसी भिन्न लिखो जिसका हर यह गुणनफल हो। $\frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10}$

- इसी तरह दूसरे भिन्न के बराबर एक ऐसी भिन्न लिखो जिसका हर वही गुणनफल हो। $\frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10}$

- अब दोनों भिन्नों के हर बराबर हो गए हैं।

- जब दो भिन्नों के हर बराबर होते हैं, तब जिस भिन्न का अंश बड़ा होता है, वही संख्या बड़ी होती है।

$\frac{3}{5}$ और $\frac{1}{2}$ में से कौन-सी बड़ी भिन्न है?

अभ्यास

* इस नियम के सहारे यह पता करो कि नीचे दिए गए भिन्नों के जोड़ों में कौन-सा बड़ा है :

$$\frac{3}{4} \text{ या } \frac{7}{8}$$

$$\frac{2}{3} \text{ या } \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3} \text{ या } \frac{4}{9}$$

$$\frac{3}{10} \text{ या } \frac{2}{5}$$

$$\frac{5}{6} \text{ या } \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{5} \text{ या } \frac{1}{2}$$

* इन भिन्नों को क्रम में सजाओ, ताकि सबसे छोटा भिन्न सबसे पहले हो और सबसे बड़ा आखिर में:

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4}$$

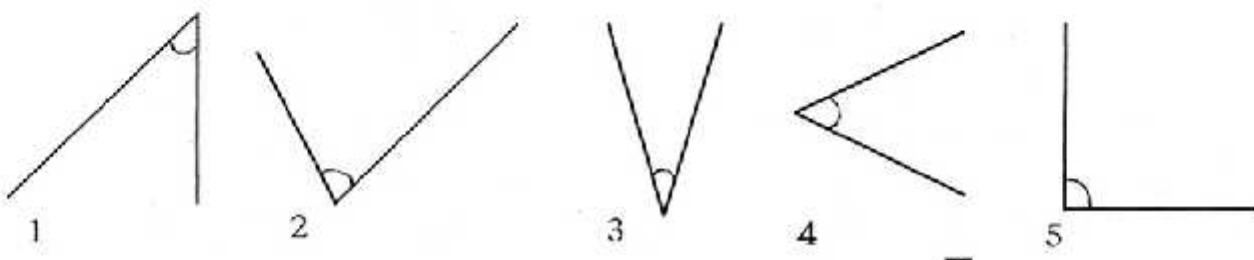
$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{7}$$

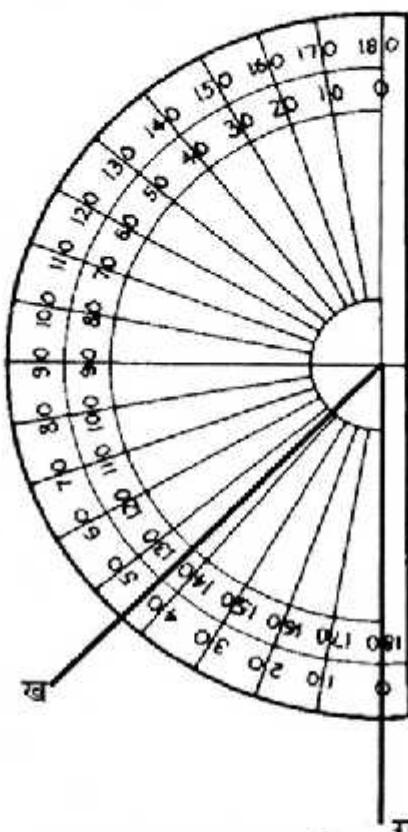
$$\frac{4}{9}$$

कोण, त्रिभुज

दो रेखाएं जब मिलती हैं तो एक कोण बनाती हैं। नीचे बहुत से कोण बिखरे पड़े हैं। ये कोण कई जगह देखे जा सकते हैं जैसे दरवाजे की चौखट और पल्ले के बीच का कोण, पेड़ की दो टहनियों के बीच का कोण.....आओ इन्हें नामे—



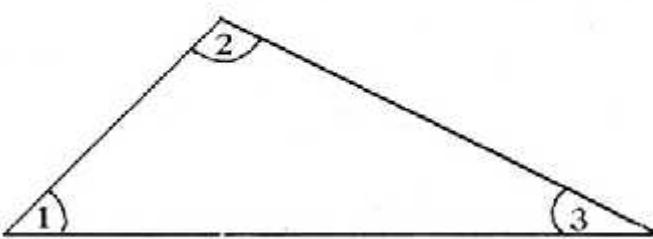
नापने के पहले हम सबसे पहले इन्हें कुछ नाम दे देंगे।

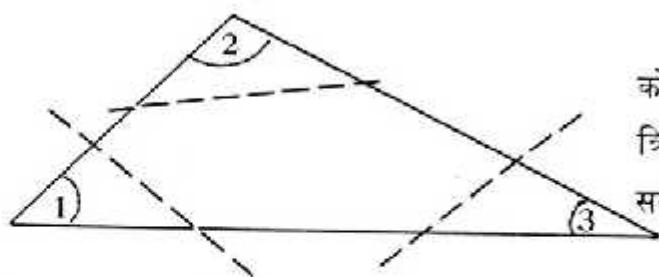


अब हम अपना चाँदा इन रेखाओं पर जमाएँगे। और कोण पढ़ लेंगे। पर इससे पहले हमें सीखना है कि हम चाँदा कैसे रखेंगे? चाँदा चित्र पर इस तरह रखो कि उस पर बनी पड़ी रेखा ठीक 'क' ग पर आए और उसका मध्यविन्दु 'क' पर। अब देख लो कि 'क ख' रेखा कितने अंश पर है। वही कोण का माप है। एक क बात ध्यान रहे— यह कोण चाँदे को क ख रेखा पर रखकर भी पढ़ सकते हैं। 'क ख' पर रखकर देखो। इस बार यह देखना है कि 'क ग' रेखा कितने अंश पर है। पढ़कर देखो। क्या दोनों बार कोण बराबर आए?

इस तरह कोण 2, 3, 4 और 5 नं. के कोणों को भी नापो और उनकी नाप लिखो। तुम्हारी मदद के लिए मैं बता दूँ कि 5 नं का कोण 90 अंश का है।

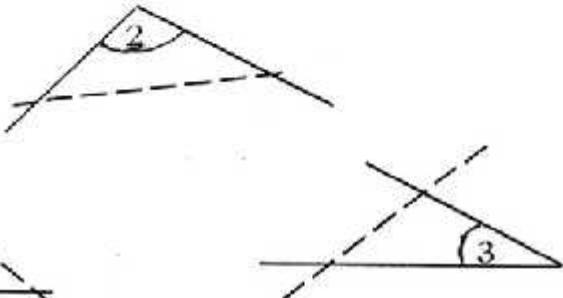
एक कागज पर एक त्रिभुज बनाओ। इसे जरा ध्यान से काट लो। इसमें तीन कोण हैं। चित्र की तरह इन्हें अलग-अलग नाम दे दो। 'क' बिन्दु पर बना कोण एक है और 'ख' पर बना 2 'ग' पर बना 3, इन्हें कैसे नापोगे?



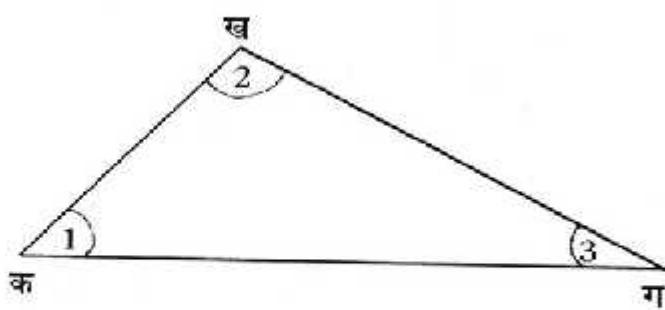


एक तरीका यह हो सकता है कि हम तीनों कोणों को अलग-अलग कर लें। अगर हम त्रिभुज को लाइनों पर से फाड़ लें तो ऐसा हो सकता है। अब हमारे पास तीन कोण होंगे—

तीनों को अलग-अलग नापा जा सकता है। इनका जोड़ कितना आया? मेरा दावा है कि किसी भी त्रिभुज में यह इतना ही आएगा। कुछ और त्रिभुज के कोण भी नाप कर देखो।

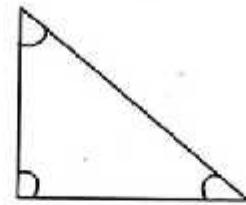
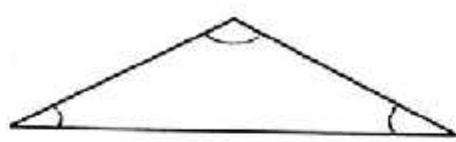
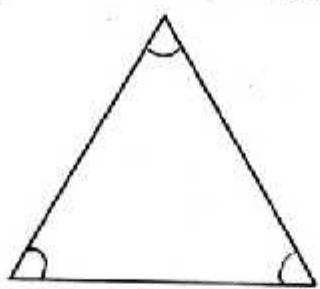


अगर हम त्रिभुज को अलग न उठा सकते हों और न फाड़ सकते हों, तो कोण कैसे मापेंगे?



चाँदा 'क ग' रेखा पर रखो जिससे 'क' चाँदे के मध्य बिन्दु पर हो। और 'क ख' रेखा कितने अंश पर है, पढ़ लो। यह कोण 1 की माप है। इसी तरह चाँदे को 'ख ग' रेखा पर रखो जिससे 'ख' चाँदे के मध्यबिन्दु पर हो और 'ख ग' कितने अंश पर है, यह नाप लो?

और फिर चाँदा————— रेखा पर रखो जिससे ————— चाँदे के मध्यबिन्दु पर हो————— कितने अंश पर है पढ़ लो। यह कोण 3 की माप है।



इन त्रिभुजों के कोणों को नापो।

कुछ त्रिभुज बनाओ और उनके कोण नापो।

तरह - तरह के कोण बनाकर अपने साथी को नापने के लिए दो। तुम भी अपने साथी द्वारा बनाए गए कोणों को नापो।

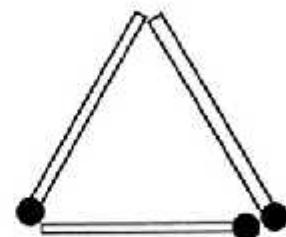
किसने कोण ज्यादा सही नापे?

तीलियों की मदद से त्रिभुज

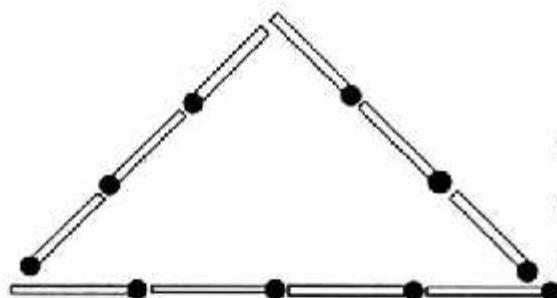
आओ तीलियों की मदद से त्रिभुजों के बारे में कुछ सीखें।

गीता ने तीन तीलियों से एक त्रिभुज बनाया। तीनों तीलियाँ बराबर हैं।

यानी त्रिभुज की तीनों भुजाएँ बराबर हैं और कोण? नापकर बताओ क्या कोण भी बराबर हैं? ऐसे त्रिभुज को ही समद्विवाहु त्रिभुज कहते हैं।



अगर बराबर भुजावाला बड़ा त्रिभुज बनाना हो तो कम से कम कितनी तीलियाँ चाहिए होंगी। तीली तोड़कर नहीं बनाना है। तीलियों से दो और ऐसे ही त्रिभुज बनाओ।



उमेश ने सात तीलियों से एक त्रिभुज बनाया।

इस त्रिभुज की दो भुजाएँ बराबर हैं और एक बड़ी। ऐसे त्रिभुज को समद्विवाहु त्रिभुज कहते हैं। क्या उमेश ऐसा ही त्रिभुज कम तीलियों से बना सकता था? अगर हाँ, तो कितने से ज़रा बनाकर तो देखो।

ऐसा ही त्रिभुज नौ तीलियों से भी बनाओ। हर त्रिभुज में नीचे के दो कोण नापकर देखो। नीचे की लाइन की अपेक्षा ऊपर की लाइनों में तीलियों की संख्या बढ़ाने से ऊपर के कोण क्या हो जाता है? सोचो।

चुटकुला

सेठ जी आपने दो पड़ोसियों से बहुत परेशान थे। उनके घर के एक ओर बढ़ई और दूसरी ओर लोहार के घर थे। दोनों ही दिन-रात ठोका-पीटी करते रहते थे। सेठजी जब भी आराम करने के लिए बिस्तर पर जाते, तो उन्हें लगता कि उनके दिमाग पर हथौड़े चल रहे हैं। एक दिन उन्होंने दोनों पड़ोसियों को बुलवाया और उनसे कहा, ‘भाइयों मैं चाहता हूँ कि आप दोनों अपने मकान बदल लें। इसके बदले तुम लोग जो कहोगे मैं वह देने के लिए तैयार हूँ।’

आप अगर यही चाहते हैं, तो हम अपने मकान बदल लेंगे हुजूर! हम आपसे कुछ नहीं लेंगे!

आपकी कृपादृष्टि ही हमारे लिए बहुत है! सेठ जी की खुशी का ठिकाना नहीं था। उन्हें यह उम्मीद विल्कुल नहीं थी कि ये लोग इतनी आसानी से इसके लिए तैयार हो जाएँगे। उन्होंने दोनों को खूब बढ़िया खाना खिलाकर भेज दिया।

दूसरे दिन फिर वही खटर-पटर सुनकर सेठजी ने अपने नौकर को बुलाकर पूछा—‘क्यों रे, ये बढ़ई और लोहार ने अभी तक मकान नहीं बदले क्या?’ ‘नहीं मालिक, उन्होंने तो कल ही मकान बदल दिए थे !’ नौकर बोला। तो फिर यह आवाज कैसी है?’ सेठजी ने आश्चर्य से कहा।

‘जी अब लोहार के घर में बढ़ई और बढ़ई के घर में लोहार रहने लगे हैं! वे ही ठोका पीटी कर रहे हैं!’ नौकर ने कहा।

हिसाब—किताब

मेरे पास 50 पैसे, 25 पैसे, 20 पैसे और 10 पैसों के कुछ सिक्के हैं।

मैं इनसे कुछ चीजें खरीदना चाहती हूँ। जैसे- 3 रुपए 75 पैसे के केले। अगर मैं दुकानदार को सिर्फ चार सिक्के ही देना चाहूँ तो मुझे थोड़ा हिसाब लगाना पड़ेगा कि मैं कौन—कौन से सिक्के दे सकती हूँ? जरा सोचो तो।

नीचे एक तालिका बनी है। इसमें एक लाइन पर चीजों के नाम और दाम हैं। प्रत्येक सिक्के के नीचे यह भरना है कि उस जैसे कितने सिक्के लगेंगे।

जैसे, 3 रुपए 75 पैसे की राशि के लिए — अगर मैं हर तरह का एक—एक सिक्का लूँ तो कुल पैसों का जोड़ 3 रुपए 75 पैसे बन जाएगा। इसलिए केले वाली लाइन के सामने प्रत्येक सिक्के के नीचे एक—एक भर दिया है।

| वस्तु पर खर्च | 2रुपए | 1 रुपए | 50 पैसे | 25 पैसे | कुल पैसे |
|------------------------|-------|--------|---------|---------|---------------|
| केले 3 रुपए 75 पैसे | 1 | 1 | 1 | 1 | 3रुपए 75 पैसे |
| पैंसिल 2 रुपए | 1 | × | × | × | |
| कंचे 1 रुपए 60 पैसे | | | | | |
| गेंद 1 रुपए 75 पैसे | | | | | |
| गोलियाँ 1 रुपए 25 पैसे | | | | | |

यानी मुझे तीन रुपए और पिछ्तर पैसे देने के लिए हर तरह का एक—एक सिक्का खर्च करना पड़ा। इसी तरह 2 रुपए की पैंसिल लेने के लिए मैंने 2 रुपए का एक सिक्का खर्च किया। इसीलिए 2रुपए के नीचे 1 लिख दिया। और 1 रुपए, 50 व 25 पैसों के नीचे x निशान लगा दिया।

पैंसिल वाली लाइन में तुम और किसी तरह से सिक्कों को जोड़कर 2 रुपए बनाओ और फिर हर सिक्के के नीचे उसकी संख्या लिख दो। कंचे, गेंद और गोलियों के लिए भी सिक्के जोड़कर पैसे पूरा करो और सिक्कों की संख्या तालिका में भर दो।

ऐसे ही और भी चीजों के दाम लेकर उन्हें अलग—अलग तरह से सिक्कों द्वारा भुगतान करने के तरीके सोचो और कॉपी में लिखो।

वस्तुओं के नाम और दाम की सूचियाँ बनाओ –

| क्रमांक | वस्तु का नाम | दाम रुपयों में |
|---------|--------------|----------------|
| 1. | घड़ी | 375 |
| 2. | सूट | 280 |
| 3. | बरता | 148 |
| 4. | साइकिल | 1500 |
| 5. | अलमारी | 2360 |
| 6. | पुस्तकें | 240 |
| 7. | पलंग | 1665 |
| 8. | कुर्सी | 535 |
| 9. | पंखा | 958 |

ऊपर दी गई तालिका को देखकर नीचे की तालिका में भरो। बताओ कि हर एक वस्तु के भगतान में कौन-कौनसे और कितने-कितने नोट लगेंगे।

तालिका को पूरा भरो और ऊपर की तालिका जैसी तालिका कॉपी में बनाओ। साथ ही वस्तुओं के नाम और दाम भी लिखो। इसी प्रकार अन्य वस्तुओं की तालिका बनाकर अभ्यास करो?

प्रतिशत

प्रतिशत यानी प्रति सौ या हर सौ में से 1

$$\text{सौ में से } 70 = \frac{70}{100} = 70 \text{ प्रतिशत या } 70\%$$

इन्हें प्रतिशत में लिखो

$$\frac{8}{100} \quad \frac{25}{100} \quad \frac{50}{100} \quad \frac{35}{100} \quad \frac{99}{100} \quad \frac{27}{100}$$

यदि 100 के बजाए दूसरा हर हो तो क्या उसे प्रतिशत में दिखा सकते हैं? किस तरह से एक भिन्न को प्रतिशत में बदल सकते हैं- ज़रा देखें।

$$\frac{1}{2} \text{ यानी } 1 \text{ में से } \frac{1}{2} \text{ या हर } 2 \text{ में से } 1$$

इसका मतलब यह हुआ कि अगर हमारे पास 2 संतरे हैं और हमें आधे संतरे अपने दोस्त को देने हों तो कितने संतरे देगे?

$$2 \text{ में से } \quad 1$$

यदि 4 पेंसिलें हैं तो

$$4 \text{ में से } \quad 2$$

(कैसे

$$1 \text{ में से } \quad \frac{1}{2}$$

$$2 \text{ में से } \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$3 \text{ में से } \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$4 \text{ में से } \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\text{या } \quad 4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 4 : 2 = 2$$

$$\left(\frac{4}{2} \right) = 2$$

(मतलब हमें यदि बड़ी संख्या का वही हिस्सा पता करना हो तो हम उतनी संख्या का दिए गए भिन्न से गुणा कर लेते हैं।)

अब हमें पता है कि प्रतिशत निकालने के लिए हमें 100 में से कितना भिन्न हुआ पता करना है- यानी 100 से गुणा कर लें-

$$100 \times \frac{1}{2} = \frac{100}{2} \text{ या } 100 \div 2 = \left(\frac{100}{2} \right) = 50 \text{ प्रतिशत या } 50\%$$

इन भिन्नों को प्रतिशत में लिखो

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{20}, \frac{1}{10}, \frac{1}{25}$$

यदि $2/3$ को प्रतिशत में लिखना हो तो?

ऐसे ही अब $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}$ को प्रतिशत में लिखो।

- प्रतिशत निकालने से अलग-अलग हर के भिन्नों की सीधी तुलना कर सकते हैं।

उदाहरण के लिए- तिमाही परीक्षा के 20 अंक हैं

छमाही के 30 अंक
और वार्षिक के 50 अंक

सुखबती को तिमाही में 13 अंक मिले
छमाही में 17 अंक मिले
और वार्षिक में 23 अंक मिले
उसने सबसे अच्छा कौन सी परीक्षा में किया?
यदि प्रतिशत निकालें

$$\frac{13}{20} \times 100^5 = 65\%$$

$$\frac{17}{30} \times 100 = \frac{170}{3} = 56\frac{2}{3}\%$$

$$\frac{23}{50} \times 100^2 = 46\%$$

इससे साफ पता चलता है कि सुखबती ने तिमाही परीक्षा में सबसे अच्छा किया था और वार्षिक में सबसे खराब। हालाँकि वार्षिक परीक्षा में उसे सबसे अधिक अंक मिले थे। सोच कर बताओ ऐसा क्यों हुआ?

- अब सीधे प्रतिशत के साथ काम करते हैं।

जब किसी संख्या का प्रतिशत निकालना होता है तो उसे भिन्न में बदलकर संख्या से गुणा कर लेते हैं।
जैसे 30 का 15% का मतलब है

100 में से 15

तो 30 में से कितना
या $\frac{3}{100} \times 30 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$

ये प्रतिशत पता करो—

- | | | | |
|-----|------------|-----|------------|
| (क) | 36 का 50% | (ख) | 180 का 10% |
| (ग) | 80 का 75% | (घ) | 180 का 10% |
| (ड) | 60 का 25% | (च) | 180 का 25% |
| (छ) | 500 का 1% | (ज) | 800 का 1% |
| (झ) | 1000 का 1% | (झ) | 750 का 1% |

तुम प्रतिशत का उपयोग ब्याज पता करने में उपयोग करोगे। इसके अलावा प्रतिशत और कई जगहों पर उपयोग किया जाता है।

ये सवाल हल करो।

1. परीक्षा में कक्षा 5 के बच्चों के प्राप्तांक इस प्रकार हैं। कुल अंक 200 हैं।

| नाम | कुल 200 अंकों में से प्राप्तांक | प्रतिशत |
|---------|------------------------------------|-----------------------------------|
| रेखती | 117 | $\frac{117}{200} \times 100 = 59$ |
| सुखबती | 168 | |
| रामकली | 182 | |
| रामभरोस | 56 | |
| बालकिशन | 154 | |

सबसे अधिक ● प्रतिशत किसे मिले और कितने प्रतिशत?

यदि परीक्षा उत्तीर्ण (पास) करने के लिए 33% अंकों की ज़रूरत है तो कौन-कौन उत्तीर्ण नहीं हुआ?

2. परीक्षा में बैठने के लिए 80% उपस्थिति की ज़रूरत है। यदि साल भर में 50 दिन शाला खुली, तो कम से कम कितने दिनों बच्चों को उपस्थित रहना आवश्यक था ताकि वे परीक्षा दे सकें?
3. एक दुकानदार के पास कई गेंदें पड़ी थीं। उसने सोचा ये गेंद बिक नहीं रही हैं, क्यों न इन पर कुछ छूट दे दूँ? सस्ती होने पर शायद और गेंद बिक जाएँ। उसने हर गेंद पर 20% छूट दे दी। यदि एक गेंद की कीमत 10 रु. है, तो कितने रुपए की छूट मिली?