नील का तोहफा

आमोद कारखानीस

नील दुनिया की सबसे लम्बी बहने वाली नदी है। यह लगभग साढ़े छह हज़ार किलोमीटर बहती है। इसका उद्‌गम अफ्रीका के केन्या देश में होता है और उत्तर की ओर बहती हुई, यह भूमध्य सागर में जाकर मिलती है। नील नदी-तंत्र (रिवर सिस्टम) अपने आप में काफी विशाल है। अफ्रीकी पहाड़ों का पानी नील और इसकी सहायक नदियों के माध्यम से आखिरकार भूमध्य सागर तक पहुँचता है। नील नदी पर फिलहाल अस्वान बाँध बनाया गया है। इस बाँध के पीछे जितना पानी इकट्‌ठा हुआ है, उसे देखकर यही महसूस होता है कि मानो कोई छोटा-मोटा समुन्दर देख रहे हों।

वैसे देखा जाए, तो आजकल हम हर जगह बड़े-बड़े बाँध और गगनचुम्बी इमारतें देखते हैं। ज़मीन पर खड़े होकर दिखाई देने वाले ये सभी भव्य

निर्माण यदि कोई अन्तरिक्ष से देखे, तो उनमें से अधिकांश दिखाई भी नहीं देंगे। लेकिन मनुष्य द्वारा निर्मित कुछ रचनाएँ ऐसी हैं, जो अन्तरिक्ष से भी स्पष्ट दिखाई देती हैं। उनमें से एक अस्वान बाँध के कारण बनी विशाल झील है। इससे नील नदी की विराटता का अनुमान लगाया जा सकता है।

नील: आपदा से अवसर

अफ्रीका में वर्षा ऋतु के दौरान तीन-चार महीनों तक जमकर बारिश होती है। स्वाभाविक है कि इस कारण नील नदी में आने वाली बाढ़ भी अत्यन्त प्रचण्ड होती होगी। बाढ़ का यह पानी अन्ततः भूमध्य सागर में जाकर मिलता है। वैसे तो इजिप्त का अधिकांश भाग रेगिस्तानी है, लेकिन नील नदी की बाढ़ और उसके उपहार स्वरूप मिलने वाली उपजाऊ मिट्टी ने इस क्षेत्र को अत्यन्त उपजाऊ बना दिया है। रहने के लिए अनुकूल परिस्थितियाँ होने के कारण यहाँ एक विकसित मानव सभ्यता का उदय हो सका। हर वर्ष आने वाली बाढ़ को ध्यान में रखते हुए लोगों ने लम्बी नहरें बनाकर पानी को दूर-दूर तक पहुँचाया और खेती-योग्य भूमि का विस्तार किया। यही कारण है कि आसमान की ऊँचाइयों से देखने पर सूखे रेगिस्तान के बीच हरियाली से भरा भूभाग दिखाई दे जाता है।

नील नदी से नहरें निकालने का काम इन्सान ने प्राचीन काल से ही शुरू कर दिया था। उस समय आज की तरह सीमेंट और कंक्रीट का उपयोग नहीं होता था, इसलिए ज़मीन को खोदकर नालीनुमा मार्ग बनाए जाते थे, जिनके माध्यम से पानी को दूर-दूर तक पहुँचाया जाता था। जगह-जगह तालाब बनाकर पानी को इकट्ठा भी किया जाता था। हर वर्ष आने वाली बाढ़ के समय इन नहरों द्वारा पानी को दूर-दूर तक ले जाया जाता था। बाढ़ समाप्त होने के बाद नहरों और तालाबों में जमा गाद को हटाने तथा उनकी मरम्मत का कार्य किया जाता था।

नहरों और तालाबों का रखरखाव एक बहुत बड़ा और कठिन काम था, लेकिन धीरे-धीरे यह इजिप्त के लोगों की जीवनशैली का हिस्सा बन गया। जिस प्रकार हमारे यहाँ महाकाव्य हैं, उसी प्रकार इजिप्त के लोगों के भी अपने महाकाव्य हैं। उनके एक महाकाव्य में कल्पना की गई है कि प्रारम्भ में यह सारा रखरखाव का कार्य कुछ देवताओं को सौंपा गया था। परन्तु लगातार यह काम करते-करते वे ऊब गए और उन्होंने अपने प्रमुख देवता से इसकी शिकायत की। तब प्रमुख देवता ने समाधान स्वरूप मनुष्य की रचना की और यह कार्य उसे सौंप दिया। मनुष्य की सहायता के लिए बैल, घोड़े आदि पशुओं की भी रचना की गई।

नील नदी का प्रबंधन व गणनाएँ

मनुष्य ने बुद्धि और कौशल के बल पर अनेक सुधार किए और अपने कार्यों को आसान बनाया। अपने जीवन को अधिक समृद्ध और सुविधाजनक बनाने के लिए उसने प्रकृति की बाधाओं को पार करने का प्रयास किया। साथ ही, उसने यह भी सोचा कि प्रकृति द्वारा उपलब्ध विभिन्न संसाधनों का उपयोग अपने हित और विकास के लिए किस प्रकार किया जा सकता है।

इजिप्त के रेगिस्तानी इलाकों में बहुत कम बारिश होती थी। इसलिए वहाँ पानी की उपलब्धता पूरी तरह नील नदी पर निर्भर थी। नील नदी में हर साल बाढ़ आती थी, इसलिए बाढ़ आने से पहले नहरों एवं तालाबों की सफाई और गाद हटाने तथा मरम्मत का काम पूरा कर लिया जाता था। अफ्रीका में भी हमारे देश की तरह जून-जुलाई के आसपास वर्षा शुरू होती है। मध्य अफ्रीका में हुई बारिश का पानी नील नदी के माध्यम से इजिप्त तक पहुँचने में लगभग तीन महीने लग जाते थे। बाढ़ का पानी कब तक पहुँचेगा, इसका अनुमान लगाने के लिए इजिप्त के लोगों ने कुछ संकेतकों की पहचान कर रखी थी। उदाहरण के लिए, जब पूर्वी क्षितिज पर सुबह-सुबह व्याघ्र तारा मण्डल (सीरियस कॉन्स्टलेशन) दिखाई देने लगता था, तो यह माना जाता था कि बाढ़ आने वाली है।

बाढ़ आने से पहले वे तालाबों की मरम्मत का काम पूरा कर लेते थे और 'थोथ' (Thoth) नामक आनन्द भरा उत्सव मनाते थे।

अब तक आप समझ चुके होंगे कि इन सभी कार्यों के लिए सामान्य गणित, खगोल विज्ञान और भौतिकी जैसे विषयों का ज्ञान आवश्यक था। यही कारण था कि प्राचीन इजिप्त में गणित जानने वाले व्यक्ति को समाज में विशेष सम्मान मिलता था, क्योंकि

इजिप्त के सर्वेक्षक। यह चित्र दी गई लिंक के मूल चित्र के आधार पर पुनर्निर्मित है।
https://old.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-tombs-of-menna-and-wepemnefret

इजिप्त की सम्पूर्ण अर्थव्यवस्था काफी हद तक इसी ज्ञान पर निर्भर थी। नील नदी के पानी का प्रबंधन कोई आसान काम नहीं था। तालाब निर्माण के लिए पहले नाप-जोख करनी पड़ती थी – तालाब कहाँ बनेगा, कितना गहरा होगा, उसका आकार कैसा होगा और किनारों का ढाल कितना रखा जाएगा, यह सब तय करना होता था। इसके बाद ईंटों से चिनाई का काम किया जाता था। क्षेत्रफल और आयतन की गणना के लिए भी गणित का ज्ञान आवश्यक था। इन्हीं कारणों से इजिप्त में भूमि की नपाई और माप-जोख की कला में खासी प्रगति दर्ज की गई।

प्राचीन इजिप्त में इंजीनियर या सर्वेयर बनना आसान नहीं था। इसके लिए कठिनतम परीक्षाएँ देनी पड़ती थीं। उस समय के बारे में जानकारी हमें शिलालेखों और पकाई हुई मिट्टी की तख्तियों (tablets) पर लिखे गए टेक्स्ट से प्राप्त होती है।

इंजीनियर की चयन प्रक्रिया

अब थोड़ी कल्पनाशीलता का इस्तेमाल करते हुए यह समझने की कोशिश करेंगे कि किसी इंजीनियर का चयन करते समय किन योग्यताओं को परखा जाता था।

एक राजा ने निर्णय लिया कि वह एक नए महल का निर्माण करवाएगा। राजमहल कोई साधारण चार दीवारों वाली इमारत नहीं होने वाली थी। उसमें भव्यता, सुन्दर कलाकारी वाले विशाल स्तम्भ, बड़े-बड़े कक्ष और विशाल सभागृह बनाए जाने थे। हर कक्ष की ज़रूरत फर्क होने के कारण, उसका निर्माण भी विशेष योजना और विशेषज्ञों की देखरेख में किया जाना था। इंजीनियर इस कार्य में मुख्य विशेषज्ञ के सहायक के रूप में काम करता था। इस महत्वपूर्ण पद पर नियुक्ति के लिए अनेक इंजीनियर इंटरव्यू देने आए हुए थे।

फर्ज़ कीजिए कि इंटरव्यू लेने वाले सभी अधिकारी एक ओर बैठे हैं। तभी नौकरी का इच्छुक इंजीनियर भीतर प्रवेश करता है और उनसे बातचीत शुरू होती है।

इंजीनियर सभी का अभिवादन करता है और राजमहल के निर्माण कार्य में अपनी सेवाएँ देने की ख्वाहिश सबके सामने रखता है।

सवाल – आप किसके विद्यार्थी हैं?

जवाब – मैं नील नदी के उत्तरी तट पर स्थित पाठशाला का विद्यार्थी हूँ।

सवाल – राजमहल के हॉल की दीवार 76 क्यूबिट लम्बी है। (क्यूबिट लम्बाई मापने की एक इकाई थी। सामान्यतः 1 क्यूबिट को एक हाथ की लम्बाई के बराबर माना जाता था।) इस दीवार को दो पुरुषों की ऊँचाई तक बनाना है। इसके निर्माण के लिए कितनी ईंटों की ज़रूरत होगी?

इसी के साथ एक और सवाल पूछा जाता है - यदि इस दीवार को ऊपर की ओर छत बनाने के उद्देश्य से ढलानदार बनाना हो, तो इसमें कितनी अतिरिक्त ईंटें लगेंगी?

फिर एक और सवाल दाग दिया जाता है – प्रमुख आमात्य को पूजा-पाठ के लिए एक छोटा पिरामिड बनवाना है, जिसका चबूतरा 20 क्यूबिट चौड़ा और 8 क्यूबिट ऊँचा होगा। इसकी ऊँचाई एक पुरुष की ऊँचाई के बराबर होगी, और यदि उस ऊँचाई के छह भाग किए जाएँ तो उनमें से एक भाग जितनी अतिरिक्त होगी। क्या तुम बता सकते हो कि इस पिरामिड के निर्माण के लिए कितनी मिट्टी की ज़रूरत पड़ेगी?

इस प्रकार के सवालों का सही उत्तर देने वाले ही आगे चलकर इंजीनियर बनते थे। दीवार की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई के आधार पर उसका क्षेत्रफल निकालना, त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करना और पिरामिड का आयतन निकालने जैसे गणितीय सूत्रों का ज्ञान इंजीनियर के लिए ज़रूरी माना जाता था।

इस विवरण को पढ़कर आप अन्दाज़ा लगा सकते हैं कि प्राचीन इजिप्त में इंजीनियर बनने के लिए कितनी कठिन पढ़ाई और गहन ज्ञान की आवश्यकता होती थी।

यह सब पढ़ते हुए आपके मन में कई तरह के सवाल उठ रहे होंगे। मसलन, विद्यार्थी यह सारी शिक्षा कहाँ प्राप्त करते होंगे? इंटरव्यू में

पूछे जाने वाले सम्भावित प्रश्नों की तैयारी वे कैसे करते होंगे? क्या उस समय ऐसी चयन परीक्षाओं के लिए पाठ्यपुस्तकें, कुंजियाँ या मार्गदर्शिकाएँ उपलब्ध होती थीं?

पेपिरस पर गणित व व्यावहारिक ज्ञान

इजिप्त में पेपिरस नामक एक पौधा पाया जाता था। भारत में जिस प्रकार प्राचीन समय में लिखने के लिए भुर्जपत्र (भोजपत्र) का उपयोग किया जाता था, उसी प्रकार इजिप्त में पेपिरस से कागज़ तैयार किया जाता था और उस पर लेखन किया जाता था। जर्मनी के पुरातत्वविद् अलेक्ज़ेंडर रिंड को पेपिरस के कागज़ पर लिखी एक प्राचीन पुस्तक मिली थी। उस समय इजिप्त में जो लिपि प्रचलित थी, उसे पढ़ने में अब हम सफल हो गए हैं। इस पुस्तक में अनेक गणितीय सूत्र, और प्रश्न दिए गए हैं।

हालाँकि, इस पुस्तक के कई पन्ने फट चुके हैं और कुछ गायब भी हो गए हैं, फिर भी शेष बचे पन्नों में गणित के लगभग 90 उदाहरण और उनके उत्तर मिलते हैं। उस समय तक छापाखाने का आविष्कार नहीं हुआ था, इसलिए किताबें हाथ से लिखी जाती थीं। ऐसे में यह कहना कठिन है कि हस्तलिखित पुस्तकें कितने लोगों तक पहुँच पाती होंगी। फिर भी इतना निश्चित रूप से कहा जा सकता है कि उस समय हस्तलिखित पुस्तकों की परम्परा विकसित हो चुकी थी और उनका काफी महत्व था। ऐसा इसलिए कहा जा सकता है क्योंकि इस किताब की शुरुआत में लेखक अहमेज़ उल्लेख करते हैं कि यह पुस्तक सम्राट निमात्रे के शासनकाल में लिखी गई एक पुरानी पुस्तक का पुनर्लेखन है।

चूँकि इस किताब की खोज अलेक्ज़ेंडर रिंड ने की थी, इसलिए इसे *रिंड पेपिरस* के नाम से जाना जाता है। इसी प्रकार की कुछ अन्य प्राचीन किताबें मॉस्को और बर्लिन के संग्रहालयों में भी सुरक्षित रखी गई हैं। इन पुस्तकों के आधार पर उस दौर के इजिप्त में गणितीय ज्ञान का अन्दाज़ा लगाया जा सकता है।

रिंड पेपिरस के शुरुआती कुछ पन्नों में भिन्न से सम्बन्धित सूत्र दिए गए हैं। इसके बाद भिन्नों पर आधारित कई इबारती उदाहरण भी मिलते हैं, जैसे – इतना अनाज इतने लोगों में समान रूप से कैसे बाँटा जाए?

किताब के एक अन्य महत्वपूर्ण भाग में ईंटों की संरचना, घनाभ, प्रिज़्म आदि के क्षेत्रफल और आयतन से सम्बन्धित प्रश्न दिए गए हैं। उदाहरण के लिए, किसी निश्चित क्यूबिट आकार की आयताकार संरचना में कितना अनाज समा सकता है? इसी तरह, वृत्त और समलम्ब चतुर्भुज के क्षेत्रफल से सम्बन्धित प्रश्न भी दिए गए हैं।

'रिंड पेपिरस' का एक पृष्ठ

इस प्रकार *रिंड पेपिरस* में गणित की विभिन्न शाखाओं से जुड़े अनेक उदाहरण देखने को मिलते हैं।

इस पुस्तक को केवल गणित की किताब मानकर देखना सही नहीं होगा। इसके माध्यम से उस समय के समाज में गणित के विकास और उसकी प्रगति की झलक भी मिलती है। इस किताब की एक विशेषता यह भी है कि इसमें दिए गए सभी प्रश्न व्यावहारिक जीवन से जुड़े हुए हैं। उदाहरण के लिए – किसी निर्माण कार्य के लिए कितनी ईंटों की आवश्यकता होगी, या किसी संरचना में कितना अनाज संग्रहित किया जा सकेगा आदि।

खेती-किसानी से सम्बन्धित सवालों के माध्यम से उस समय की कर-प्रणाली, उत्पादन क्षमता आदि के बारे में भी महत्वपूर्ण संकेत प्राप्त होते हैं।

इस किताब का अन्तिम भाग वर्ग समीकरण अथवा द्विघात समीकरण (Quadratic Equation) से सम्बन्धित है। इससे यह स्पष्ट होता है कि प्राचीन इजिप्त के लोगों को अपने दैनिक जीवन में ऐसे गणितीय ज्ञान की भी ज़रूरत पड़ती थी। हम देख पाते हैं कि इन सब व्यावहारिक ज़रूरतों की वजह से उन्होंने गणित में इतनी तरक्की की थी।

उनकी गणितीय उन्नति का एक उदाहरण वृत्त का क्षेत्रफल निकालने का उनका तरीका है। वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए 'पाई (π)' के मान की आवश्यकता होती है। (वर्तमान समय में वृत्त का क्षेत्रफल निकालने का सूत्र है $= \pi r^2$)

लेकिन उस समय इजिप्तवासियों के पास π की स्पष्ट अवधारणा नहीं थी। उनका गणित मुख्यतः व्यावहारिकता पर आधारित था। इसलिए उन्होंने वृत्त की परिधि और क्षेत्रफल का मोटा-मोटा अनुमान लगाने की विधियाँ विकसित कर ली थीं। भले ही उनके पास π का शुद्ध मान नहीं था, फिर भी वे गोलाकार अनाज-भण्डारों की दीवारों के निर्माण के लिए आवश्यक ईंटों की संख्या का अनुमान लगा लेते थे।

कुछ इतिहासकारों का अनुमान है कि इजिप्तवासी वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए चक्राकार सर्पिल रस्सियों का उपयोग करते होंगे। सम्भवतः इसी के प्रतीक के रूप में उस समय की कई कलाकृतियों में सर्पिलाकार कुण्डली वाले साँपों का चित्रण मिलता है।

इजिप्त के निवासी केवल गणित के ज्ञाता ही नहीं थे, अपितु वे बेहतर दर्ज़े के इंजीनियर और भूमि-सर्वेक्षक भी थे। गणित का उपयोग करते हुए उन्होंने अपनी अनेक चुनौतियों का सफलतापूर्वक सामना किया। *रिंड पेपिरस* में वर्णित विधियों और गणनाओं के आधार पर उन्होंने विशाल इमारतें, तालाबों के विस्तृत जाल और पिरामिड जैसे अनेक हैरतअँगेज़ निर्माण कार्य किए थे।

मानव इतिहास पर दृष्टि डालें तो स्पष्ट होता है कि इसी दौर से समाज की प्रगति के लिए गणित तथा गणित पर आधारित ज्ञान-शाखाओं का प्रभावी उपयोग बड़े पैमाने पर शुरू हो चुका था।

आमोद कारखानीस: पेशे से कम्प्यूटर इंजीनियर। लेखन एवं चित्रकारी का शौक। मुम्बई में रहते हैं।

मराठी से अनुवाद: माधव केलकर: *संदर्भ* पत्रिका से सम्बद्ध हैं।

सभी चित्र: मणिपद्मा हर्षवर्धन: आर.एस.जी. कलानिकेतन महाविद्यालय, कोल्हापुर, महाराष्ट्र में सहायक प्रध्यापक हैं। लगभग 12 वर्षों का शिक्षण अनुभव। शैक्षणिक ज़िम्मेदारियों के साथ-साथ, ग्राफिक्स और वाणिज्यिक विज्ञापन डिज़ाइनिंग में उल्लेखनीय व्यावहारिक विशेषज्ञता रखती हैं।