

एरिया मॉडल से लघुत्तम-महत्तम समापवर्तक समझना

संकलित

लघुत्तम समापवर्तक व महत्तम समापवर्तक (LCM और GCF) को हम माध्यमिक कक्षाओं में ही पढ़ लेते हैं मगर ज़्यादातर बच्चों को इसका मतलब व उपयोग समझ नहीं आता। कम-से-कम मुझे तो उस समय समझ नहीं आया था। किताबों की महत्तम समापवर्तक या लघुत्तम समापवर्तक की विधियों को बच्चों के परिवेश से जोड़ सकें तो यह समझा सकते हैं कि इन गणनाओं में हम क्या कर रहे हैं। या फिर हम एक से ज़्यादा विधियों का उपयोग करें तो बच्चा खुद से सोच-विचार कर समझ लेगा कि लघुत्तम समापवर्तक या महत्तम समापवर्तक असल में क्या है।

यह लेख लघुत्तम समापवर्तक और महत्तम समापवर्तक के लिए कुछ अन्य रुचिकर विधियाँ सुझाता है। लेख पढ़कर मुझे लगा कि इन विधियों की बात करने से पहले कुछ बातचीत लघुत्तम समापवर्तक और महत्तम समापवर्तक के बारे में करना अच्छा होगा। सिर्फ इतना कि ये क्या हैं।

LCM (Least Common Multiple): लघुत्तम-समान-अपवर्त्य = लघुत्तम समापवर्तक यानी वह सबसे छोटी संख्या जिसमें दी संख्याओं से पूरा-पूरा भाग चला जाए। तो 12, 15 के लिए $12 \times 15 = 180$ एक ऐसी संख्या होगी जिसमें दोनों से पूरा-पूरा भाग जाएगा। पर क्या इससे छोटी कोई ऐसी संख्या हो सकती है? हाँ। 12, 15 के लिए 60 भी ऐसी संख्या होगी पर इससे छोटी और कोई संख्या नहीं होगी जिसमें 12, 15 का पूरा-पूरा भाग चला जाए। इसे अपने रोज़मर्रा के जीवन से जोड़ते हुए देखें तो इसका मतलब होगा, यदि आपके पास 12 या 15 इंच की पट्टियाँ हैं तो 60 इंच की कागज़ की शीट ही वो सबसे छोटी शीट होगी जिसे इन दोनों पट्टियों से पूरा-पूरा नापा जा सकता है।

अब बात करते हैं GCF (Greatest Common Factor) की। महत्तम-समान-अपवर्तक = महत्तम समापवर्तक यानी वो बड़ी-से-बड़ी संख्या जिससे दी

संख्याओं में पूरा-पूरा भाग चला जाए।

जैसे 12 और 18 के लिए 3 ऐसी संख्या है जिसका दोनों में पूरा-पूरा भाग चला जाएगा। पर क्या इससे बड़ी भी कोई संख्या होगी जिसका 12, 18 में पूरा-पूरा भाग चला जाएगा? 6 से भी दोनों में पूरा-पूरा भाग चला जाता है।

एक बार फिर व्यवहारिक उदाहरण देखें तो इसका मतलब यह है कि यदि हमारे दो कमरों का आकार 12×12 व 18×18 वर्ग फीट है तो आप ऐसी कौन-सी सबसे बड़े आकार की टाइल खरीदेंगे जो दोनों कमरों के लिहाज़ से ठीक हो? अगर बिना तोड़े लगानी हों तो 6×6 वर्ग फीट की टाइल खरीदना उचित होगा। इस भूमिका के बाद मुड़ते हैं मूल लेख की ओर।

-प्रमोद मैथिल

लघुत्तम और महत्तम समापवर्तक मालूम करने की विविध विधियों में से एरिया मॉडल विधि की जानकारी कम ही लोगों को होती है। एरिया मॉडल विधि एक तो लीक से हटकर कुछ सोचने के लिए उकसाती है साथ ही, लघुत्तम और महत्तम समापवर्तक को मूर्त रूप में सामने लाती है। यहाँ कुछ उदाहरणों के साथ इसे समझने की कोशिश करेंगे।

महत्तम समापवर्तक (GCF)

यदि हम एक 24×36 भुजाओं वाले आयत पर विचार करें तो इनकी कोई भी कॉमन गुणनखण्ड की टाइल्स इस आयत को पूरा-पूरा भरने के लिए ठीक होंगी।

उदाहरण के लिए, 1×1 की वर्गाकार टाइल्स 24×36 के आयत में एक दम फिट आएँगी, बगैर कोई जगह खाली छोड़े। इसी तरह 2×2 या 3×3 की वर्गाकार टाइल्स भी एक दम फिट

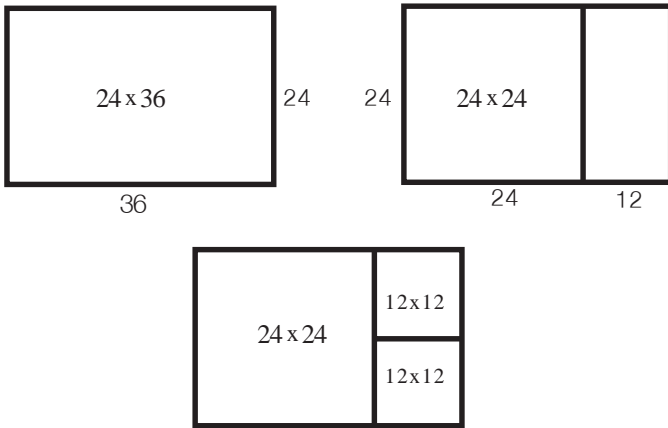
बैठेंगी। ध्यान दें कि ये सभी संख्याएँ 24 और 36 के कॉमन गुणनखण्ड हैं।

तो, महत्तम समापवर्तक निकालने के लिए हमें वह बड़े-से-बड़ा वर्ग खोजना है जिससे यह 24×36 का आयत पूरा-पूरा भर जाए, बगैर कोई खाली जगह छोड़े या बिना एक-दूसरे पर चढ़े।

बड़े-से-बड़ा वर्ग खोजना

यहाँ एक विधि सुझाई जा रही है। एक 24×36 का आयत बनाओ। इसके अन्दर फिट होने वाला एक बड़े-से-बड़ा वर्ग खोजना है। थोड़ा गौर करेंगे तो पाएँगे कि यह वर्ग 24×24 का हो सकता है। इस आयत में इस जैसा सिर्फ एक वर्ग आएगा।

इसी प्रकार हमें बचे हिस्से के लिए भी एक बड़े-से-बड़ा वर्ग खोजना है जो इस हिस्से में फिट हो जाए। पिछले आयत के जैसे ही छोटी भुजा के आधार पर प्राप्त वर्ग, इस आयत में



एरिया मॉडल से महत्तम समापवर्तक तक पहुँचने के विविध चरण। पहले दिए गए आयत में बड़े-से-बड़े वर्ग को बनाना, फिर बचे आयत में बड़े-से-बड़ा वर्ग बनाते हुए एक ऐसे वर्ग तक पहुँचते हैं जहाँ आयत शेष न रहे।

पूरा फिट होने वाला वर्ग होगा।

अब हम देखते हैं कि 12x12 के इस वर्ग से पूरे आयत का पूरा-पूरा भाग ढका जा सकता है यानी 24x24 के वर्ग में भी 12x12 के चार वर्ग समा जाएँगे। इस प्रकार 24x36 का आयत 12x12 के वर्ग से पूरा-पूरा भर जाएगा। अतः 24 व 36 का महत्तम समापवर्तक 12 होगा।

लघुत्तम समापवर्त्य (LCM)

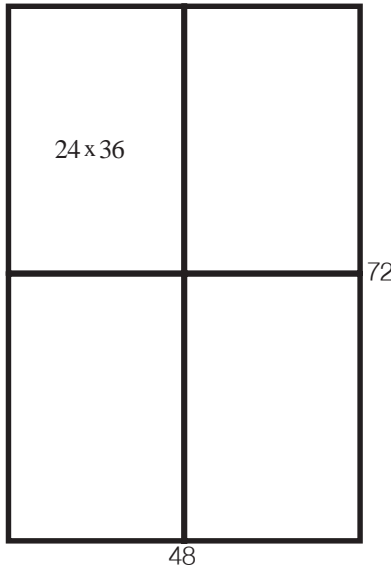
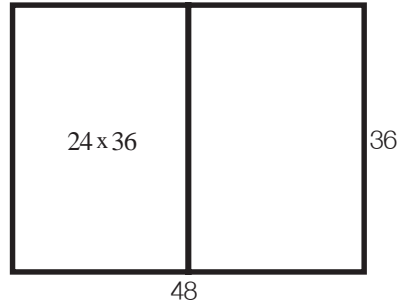
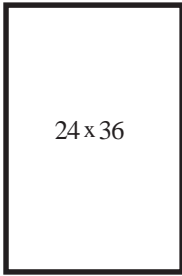
इसमें महत्तम समापवर्तक से उलटा होता है। यदि हमें 24 और 36 का ही लघुत्तम समापवर्तक निकालना है तो हम 24x36 के आयत को आधार मानकर एक ऐसे छोटे-से-छोटे वर्ग को खोजेंगे जो इस 24x36 के आधार आयत से पूरा-पूरा भर जाए, बगैर कोई अन्तराल

या एक के ऊपर एक चढ़े।

उदाहरण के लिए, $24 \times 36 = 864$ तो 864×864 एक ऐसा वर्ग होगा जो 24x36 के आयतों से पूरा-पूरा भर सकता है। परन्तु 24 व 36 के लघुत्तम समापवर्तक के लिए ऐसा सबसे छोटा सम्भव वर्ग चाहिए।

चलिए, हम देखते हैं एरिया मॉडल विधि किस तरह से लघुत्तम समापवर्तक खोजने में मदद करती है।

एक 24x36 का आयत लेते हैं। हमें एक वर्ग खोजना है जिसे इस जैसे आयतों से पूरा-पूरा भरा जा सके। चूँकि चौड़ाई (24), ऊँचाई (36) से कम है, अतः हम एक और 24x36 का स्तम्भ सीधे हाथ तरफ जोड़ते हैं। इससे यह 48x36 का एक बड़ा आयत बन जाएगा।



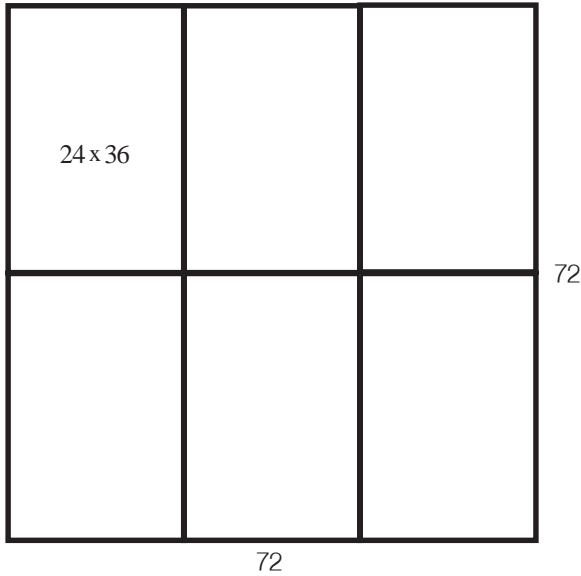
अब चौड़ाई (48), ऊँचाई (36) से ज़्यादा है अतः इस बार 24x36 जैसे दो आयत नीचे जोड़ेंगे। अब यह आयत 48x72 का हो जाएगा।

इस बार चौड़ाई (48), ऊँचाई (72) से कम है। एक और स्तम्भ (24x36 के दो आयत) जोड़कर हमें 72x72 की

आकृति मिलेगी जो कि एक वर्ग है।

72x72 का वर्ग वह सबसे छोटा वर्ग है जो 24x36 के आयतों से पूरा-पूरा भर जाएगा।

उम्मीद है, आप यह एरिया मॉडल विधि समझ गए होंगे। अब आप इस तरीके को अलग-अलग परिस्थितियों



एरिया मॉडल से लघुत्तम समापवर्तक मालूम करने के विविध चरण। पहले आयत को दोगुना करना, फिर इस नए आयत की लम्बाई और चौड़ाई को इस तरह बढ़ाते जाना कि एक वर्ग प्राप्त हो सके। इन सभी चित्रों में मूल आयत का आकार (24 x 36) दर्शाया गया है।

में लागू करके देखें।

1. एरिया मॉडल का उपयोग कर निम्न का लघुत्तम समापवर्तक और महत्तम समापवर्तक निकालो:

(अ) 30 और 42 (ब) 18 और 30

2. समझाओ कि यह एरिया मॉडल विधि कैसे काम करती है?

शायद आपने भी इनके बारे में सोचना शुरू कर दिया होगा। अपने जवाब आप 'संदर्भ' को भेज सकते हैं। उन्हें भी हम प्रकाशित करेंगे।

अंग्रेज़ी से अनुवाद: प्रमोद मैथिल: एकलव्य के भोपाल केन्द्र में कार्यरत। गणित एवं विज्ञान शिक्षण में रुचि।

लेख निम्न स्रोत से साभार:

http://www.learner.org/courses/learningmath/number/session6/part_a/area.html

